Rentenrechner

Webbasiertes Finanzmathematik-Tool

Dokumentation

Deutsch

Wolfgang Böhme

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

2. November 2026

Dokumentationen dieser Webseite wurden mit Unterstützung der KI Claude (Anthropic) entwickelt.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **3**
1.1 Funktionsumfang . . . 3

2 Rentenendwert **3**
2.1 Grundlagen . . . 3
2.2 Mathematische Formeln . . . 3
2.2.1 Nachschüssige Zahlung . . . 3
2.2.2 Vorschüssige Zahlung . . . 3
2.3 Eingabeparameter . . . 4
2.4 Ausgabe . . . 4

3 Rentenbarwert **4**
3.1 Grundlagen . . . 4
3.2 Mathematische Formeln . . . 4
3.2.1 Konstanter Zinssatz - Nachschüssig . . . 4
3.2.2 Konstanter Zinssatz - Vorschüssig . . . 4
3.3 Bewertungszeitpunkt . . . 4
3.4 Diskontierungsmethoden . . . 5
3.4.1 Konstanter Zinssatz . . . 5
3.4.2 Zero-Zinskurve . . . 5
3.4.3 Zinssatz-Typen . . . 5
3.5 Eingabemöglichkeiten für Zero-Zinskurve . . . 5
3.6 CSV-Upload der Zinskurve . . . 5
3.7 Beispiel-Zinskurven . . . 6
3.8 Ausgabe . . . 7

4 Ewige Rente **7**
4.1 Grundlagen . . . 7
4.2 Berechnungsmodi . . . 7
4.2.1 Modus 1: Kapital → Rate . . . 7
4.2.2 Modus 2: Rate → Kapital . . . 7
4.3 Kapitalentwicklung . . . 8
4.4 Eingabe der Entnahmerate . . . 8
4.5 Ausgabe . . . 8

5 Dynamische Rente **8**
5.1 Grundlagen . . . 8
5.2 Wachstumstypen . . . 8
5.2.1 Geometrisches Wachstum . . . 8
5.2.2 Arithmetisches Wachstum . . . 9
5.3 Barwert mit erweiterter Diskontierung . . . 9
5.4 Eingabeparameter . . . 9
5.5 Ausgabe . . . 9

6 CSV-Export **10**
6.1 Funktionsweise . . . 10
6.2 Exportierte Daten . . . 10
6.3 Dateiformat . . . 10

6.4 Excel-Kompatibilität 10

7 Technische Details **10**
7.1 Implementierung 10
7.2 Berechnungsgenauigkeit 10
7.3 Benutzeroberfläche 11

8 Anwendungsbeispiele **11**
8.1 Beispiel 1: Altersvorsorge 11
8.2 Beispiel 2: Kapitalentnahme 11
8.3 Beispiel 4: Barwert mit Zero-Zinskurven 12
8.4 Beispiel 3: Dynamische Rente mit Inflation 12

9 Literatur und Quellen **12**

10 Glossar **13**

1 Einleitung

Der Rentenrechner ist ein webbasiertes Tool zur Berechnung verschiedener finanzmathematischer Fragestellungen im Bereich der Rentenrechnung. Das Tool ermöglicht die Berechnung von Rentenendwerten, Rentenbarwerten, ewigen Renten und dynamischen Renten mit umfangreichen Parametrisierungsmöglichkeiten.

1.1 Funktionsumfang

- Rentenendwertberechnung
- Rentenbarwertberechnung mit flexibler Diskontierung
- Ewige Rente mit Kapitalentwicklung
- Dynamische Renten (geometrisch und arithmetisch)
- CSV-Export aller Berechnungsergebnisse
- Interaktive Parametereingabe

2 Rentenendwert

2.1 Grundlagen

Der Rentenendwert R_n ist der aufgezinste Wert aller Rentenzahlungen zum Zeitpunkt n (Ende der Laufzeit).

2.2 Mathematische Formeln

2.2.1 Nachschüssige Zahlung

Bei nachschüssiger Zahlung erfolgt die Zahlung am **Ende** jeder Periode:

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{i} \tag{1}$$

2.2.2 Vorschüssige Zahlung

Bei vorschüssiger Zahlung erfolgt die Zahlung am **Beginn** jeder Periode:

$$R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{i} \tag{2}$$

Legende:

- R_n = Rentenendwert
- r = Rate pro Periode
- i = Zinssatz pro Periode
- $q = 1 + i$ = Aufzinsungsfaktor
- n = Anzahl der Perioden

2.3 Eingabeparameter

Parameter	Beschreibung	Beispiel
Rate	Zahlungsbetrag pro Periode	1.000 €
Zinssatz p.a.	Jahreszinssatz	5%
Laufzeit	Anzahl Jahre	10 Jahre
Zahlungsintervall	Häufigkeit der Zahlungen	Jährlich/Monatlich
Zahlungsweise	Zeitpunkt der Zahlung	Nachschüssig/Vorschüssig

Tabelle 1: Eingabeparameter Rentenendwert

2.4 Ausgabe

Das Tool berechnet und zeigt an:

- **Endwert**: Gesamtwert am Ende der Laufzeit
- **Gesamteinzahlung**: Summe aller Zahlungen
- **Zinsertrag**: Differenz zwischen Endwert und Einzahlungen
- **Detailtabelle**: Jährliche Entwicklung von Kapital und Zinsen

3 Rentenbarwert

3.1 Grundlagen

Der Rentenbarwert R_0 ist der abgezinste Wert aller zukünftigen Rentenzahlungen zum Bewertungszeitpunkt t.

3.2 Mathematische Formeln

3.2.1 Konstanter Zinssatz - Nachschüssig

$$R_0 = r \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} \tag{3}$$

3.2.2 Konstanter Zinssatz - Vorschüssig

$$R_0 = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} \tag{4}$$

3.3 Bewertungszeitpunkt

Das Tool ermöglicht die Bewertung zu einem beliebigen Zeitpunkt t:

$$t = t_{\text{Jahre}} + \frac{t_{\text{Monate}}}{12} \tag{5}$$

Jede Zahlung wird dann vom Zahlungszeitpunkt zum Bewertungszeitpunkt abgezinst.

3.4 Diskontierungsmethoden

3.4.1 Konstanter Zinssatz

Die einfachste Methode verwendet einen konstanten Zinssatz i für alle Laufzeiten:

$$\text{Barwert}_j = r_j \cdot (1+i)^{-(t_j - t)} \tag{6}$$

wobei t_j der Zahlungszeitpunkt und t der Bewertungszeitpunkt ist.

3.4.2 Zero-Zinskurve

Bei der Zero-Zinskurve wird für jede Laufzeit T ein spezifischer Zinssatz $i(T)$ verwendet:

$$\text{Barwert}_j = r_j \cdot (1+i(T_j))^{-T_j} \tag{7}$$

wobei $T_j = t_j - t$ die Restlaufzeit bis zur Zahlung ist.
Interpolation: Zwischen definierten Stützstellen wird linear interpoliert:

$$i(T) = i(T_1) + \frac{i(T_2) - i(T_1)}{T_2 - T_1} \cdot (T - T_1) \tag{8}$$

Extrapolation: Vor der ersten Stützstelle gilt deren Zinssatz, nach der letzten Stützstelle der letzte Zinssatz konstant (flache Fortschreibung). Reicht eine Kurve z. B. nur bis 10 Jahre, werden alle späteren Zahlungen mit dem 10-Jahres-Satz abgezinst.

3.4.3 Zinssatz-Typen

- **p.a. (per annum)**: Der angegebene Zinssatz gilt für ein volles Jahr und wird durch das Zahlungsintervall geteilt:

$$i_{\text{Periode}} = \frac{i_{\text{p.a.}}}{m} \tag{9}$$

  wobei m die Anzahl der Zahlungen pro Jahr ist.

- **Entspricht Zahlungsintervall**: Der angegebene Zinssatz gilt bereits für die Periode und wird nicht angepasst.

3.5 Eingabemöglichkeiten für Zero-Zinskurve

1. **CSV-Upload**: Datei mit Laufzeit und Zinssatz hochladen (Abschnitt 3.6)
2. **Manuelle Eingabe**: Dynamische Tabelle mit beliebig vielen Zeilen
3. **Beispiel-Zinskurve**: Auswahl aus vier hinterlegten Kurven (Abschnitt 3.7)

3.6 CSV-Upload der Zinskurve

Unter dem Upload-Feld erläutert ein aufklappbarer Hinweis „Hinweise zum CSV-Upload“ die folgenden Regeln:

- **Speicherort**: Die Datei muss lokal auf dem eigenen Rechner (oder einem verbundenen Laufwerk) liegen; Online-Dateien zuerst herunterladen. Die Datei wird nur im Browser verarbeitet und nicht übertragen.

- **Aufbau**: Die erste Zeile ist eine Kopfzeile und wird übersprungen. Danach folgt eine Zeile je Stützstelle: Spalte 1 Laufzeit in Jahren, Spalte 2 Zero-Zinssatz in Prozent p. a. (`2.5` für 2,5 %, nicht `0.025`).
- **Trennzeichen**: Semikolon, Komma oder Tabulator; erkannt wird es an der Kopfzeile. Bei Semikolon oder Tabulator ist auch das Dezimalkomma erlaubt.
- **Reihenfolge**: beliebig, die Stützstellen werden nach Laufzeit sortiert.
- **Laufzeitbereich**: Bei langen Renten sollte die Kurve bis zum Rentenende reichen, sonst gilt danach der letzte Zinssatz (flache Extrapolation).

Listing 1: Beispiel: zerocurve_EUR.csv

```
Laufzeit;Zinssatz
0.25;3.0115
0.5;3.0996
1.0;3.1977
2.0;3.2978
3.0;3.4007
5.0;3.5092
7.0;3.6000
10.0;3.7064
```

Alternativ market_data.csv (nur im Tab „Rentenbarwert“): Kopfzeile mit Spalten wie `EUR_Zero_3M`, `EUR_Zero_1Y` … `USD_Zero_10Y` (Laufzeiten 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y), erste Spalte Datum, eine Zeile je Tag. Über die Auswahlfelder werden Währung (EUR, USD, GBP, CHF, JPY) und Tag (erster oder letzter) bestimmt.

Nach dem Laden zeigt der Rechner die Zahl der Stützstellen und alle Laufzeit/Zins-Paare an; bei falschem Format erscheint eine Fehlermeldung.

3.7 Beispiel-Zinskurven

Bei der Methode „Beispiel-Zinskurve“ (Tab „Rentenbarwert“ und „Dynamische Rente“) stehen vier Kurven zur Auswahl. Die Stützstellen werden als Tabelle angezeigt; mit „Beispielkurve als CSV (Vorlage)“ lässt sich jede Kurve im Upload-Format herunterladen und als Vorlage für eigene Daten verwenden.

Laufzeit (Jahre)	EUR	USD	CHF	Typisch
0,25	3,0115	4,4977	1,4989	2,10
0,5	3,0996	4,5898	1,6065	2,30
1	3,1977	4,6927	1,7112	2,50
2	3,2978	4,8008	1,7972	2,80
3	3,4007	4,8873	1,9035	3,10
5	3,5092	4,9998	2,0008	3,50
7	3,6000	5,1028	2,1058	3,80
10	3,7064	5,1960	2,1923	4,00
15	–	–	–	4,20
20	–	–	–	4,30
30	–	–	–	4,40

Tabelle 2: Hinterlegte Beispiel-Zinskurven (Zero-Sätze in % p. a.)

Die Kurven EUR, USD und CHF entsprechen den Dateien `zerocurve_EUR.csv`, `zerocurve_USD.csv` und `zerocurve_CHF.csv` und reichen von 3 Monaten bis 10 Jahre. Die typische Kurve ist illustrativ und reicht bis 30 Jahre.

3.8 Ausgabe

- **Barwert zum Zeitpunkt t**: Gesamtwert aller abgezinsten Zahlungen
- **Gesamtzahlungen**: Summe aller zukünftigen Zahlungen (nominal)
- **Abzinsung**: Differenz zwischen Gesamtzahlungen und Barwert
- **Detailtabelle**: Mit Zahlungszeitpunkt, Zahlung, (Zero-Rate), Barwert, Kumuliert

4 Ewige Rente

4.1 Grundlagen

Eine ewige Rente ist eine unendliche Zahlungsreihe. Das Tool berechnet die nachhaltige Entnahmerate oder das benötigte Kapital für eine gewünschte Rate, sowie die Kapitalentwicklung bei abweichenden Raten.

4.2 Berechnungsmodi

4.2.1 Modus 1: Kapital → Rate

Gegeben ist das Anfangskapital K_0, gesucht ist die nachhaltige Entnahmerate.

Nachhaltige Rate (nachschüssig):

$$r_{\text{nachhaltig}} = K_0 \cdot i \tag{10}$$

Nachhaltige Rate (vorschüssig):

$$r_{\text{nachhaltig}} = K_0 \cdot \frac{i}{1+i} \tag{11}$$

Interpretation:

- Rate = Zinssatz p.a. ⇒ Kapital bleibt konstant
- Rate > Zinssatz p.a. ⇒ Kapitalverzehr
- Rate < Zinssatz p.a. ⇒ Kapitalaufbau

4.2.2 Modus 2: Rate → Kapital

Gegeben ist die gewünschte Entnahmerate r, gesucht ist das benötigte Anfangskapital.

Nachschüssig:

$$K_0 = \frac{r}{i} \tag{12}$$

Vorschüssig:

$$K_0 = r \cdot \frac{1+i}{i} \tag{13}$$

4.3 Kapitalentwicklung

Für jede Periode j wird das Kapital wie folgt berechnet:

Nachschüssig:

$$K_j = K_{j-1} \cdot (1+i) - r \tag{14}$$

Vorschüssig:

$$K_j = (K_{j-1} - r) \cdot (1+i) \tag{15}$$

4.4 Eingabe der Entnahmerate

Die Entnahmerate wird als **Prozentsatz p.a. vom Anfangskapital** eingegeben:

- Standardwert = Jahreszinssatz
- Schrittweite 0,1%
- Automatische Anpassung bei Änderung des Zinssatzes

4.5 Ausgabe

- **Entnahmerate p.a.**: Tatsächliche Entnahmerate in %
- **Nachhaltige Rate p.a.**: Zinssatz für konstantes Kapital
- **Anfangskapital**: Startkapital
- **Kapital nach n Jahren**: Endkapital nach gewählter Laufzeit
- **Entwicklungstabelle**: Jährliche Darstellung von Kapital, Zinsertrag, Entnahme

5 Dynamische Rente

5.1 Grundlagen

Dynamische Renten sind Zahlungsreihen mit veränderlichen Raten. Das Tool unterstützt zwei Wachstumstypen.

5.2 Wachstumstypen

5.2.1 Geometrisches Wachstum

Die Rate wächst mit konstanter Wachstumsrate d:

$$r_t = r_0 \cdot (1+d)^t \tag{16}$$

Endwertformel (nachschüssig, $i \neq d$):

$$R_n = r_0 \cdot \frac{(1+i)^n - (1+d)^n}{i-d} \tag{17}$$

Spezialfall $i = d$:

$$R_n = r_0 \cdot n \cdot (1+i)^{n-1} \tag{18}$$

Barwertformel (nachschüssig, $i \neq d$):

$$R_0 = r_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+d}{1+i}\right)^n}{i-d} \tag{19}$$

5.2.2 Arithmetisches Wachstum

Die Rate wächst um konstanten Betrag Δr:

$$r_t = r_0 + t \cdot \Delta r \tag{20}$$

Für arithmetisches Wachstum erfolgt die Berechnung iterativ:

$$R_n = \sum_{j=1}^{n} (r_0 + j \cdot \Delta r) \cdot (1+i)^{n-j} \tag{21}$$

5.3 Barwert mit erweiterter Diskontierung

Analog zur normalen Rentenbarwertberechnung stehen folgende Diskontierungsmethoden zur Verfügung:

1. **Konstant (wie oben)**: Verwendet den Zinssatz aus den Basisparametern
2. **Konstant (separater Wert)**: Eigener Diskontierungszinssatz
3. **Zero-Zinskurve (CSV)**
4. **Zero-Zinskurve (manuell)**
5. **Beispiel-Zinskurve** (EUR, USD, CHF oder typisch, siehe Abschnitt 3.7)

Zusätzlich kann ein **Bewertungszeitpunkt** (Jahre + Monate) angegeben werden.

5.4 Eingabeparameter

Parameter	Beschreibung	Beispiel
Anfangsrate	Erste Zahlung	1.000 €
Zinssatz	Verzinsung	5% p.a.
Wachstumstyp	Art des Wachstums	Geometrisch/Arithmetisch
Wachstumsrate	Bei geometrisch	2%
Konstanter Zuwachs	Bei arithmetisch	50 €
Laufzeit	Anzahl Jahre	10 Jahre
Zahlungsintervall	Häufigkeit	Jährlich/Monatlich
Berechnungsart	Zielwert	Endwert/Barwert

Tabelle 3: Eingabeparameter Dynamische Rente

5.5 Ausgabe

- **Endwert/Barwert**: Je nach gewählter Berechnungsart
- **Gesamtzahlungen**: Summe aller Raten (nominal)
- **Zinsertrag/Abzinsung**: Differenz zum Gesamtwert
- **Detailtabelle**:
  - Bei Endwert: Zahlungszeitpunkt, Zahlung, Kapital, Zinsen
  - Bei Barwert: Zahlungszeitpunkt, Zahlung, (Zero-Rate), Barwert, Kumuliert

6 CSV-Export

6.1 Funktionsweise

Nach jeder Berechnung erscheint ein **CSV Export**-Button, der die Ergebnisse exportiert.

6.2 Exportierte Daten

1. **Detailtabelle**: Alle Zeilen und Spalten der Ergebnistabelle
2. **Zusammenfassung**: Die drei Hauptergebnisse aus den Ergebniskarten

6.3 Dateiformat

- Format: CSV (Comma-Separated Values)
- Trennzeichen: Semikolon (;)
- Zeichenkodierung: UTF-8 mit BOM
- Dezimaltrennzeichen: Punkt (.)
- Dateiname: `rentenrechner_[typ]_[datum].csv`

6.4 Excel-Kompatibilität

Die Dateien sind optimiert für:

- Microsoft Excel
- LibreOffice Calc
- Google Sheets

7 Technische Details

7.1 Implementierung

- **Technologie**: Standalone HTML mit eingebettetem JavaScript und CSS
- **Browser-Kompatibilität**: Alle modernen Browser (Chrome, Firefox, Safari, Edge)
- **Offline-Fähigkeit**: Vollständig offline nutzbar
- **Responsive Design**: Funktioniert auf Desktop, Tablet und Mobilgeräten

7.2 Berechnungsgenauigkeit

- Verwendung von JavaScript-Native-Arithmetik (IEEE 754 Double Precision)
- Rundung auf 2 Nachkommastellen bei Währungsbeträgen
- Lineare Interpolation bei Zero-Zinskurven
- Iterative Berechnung bei arithmetischem Wachstum

7.3 Benutzeroberfläche

- **Tab-Navigation**: Vier Hauptbereiche (Endwert, Barwert, Ewige Rente, Dynamisch)
- **Gradient-Design**: Moderne Optik in Lila/Violett-Tönen
- **Info-Boxen**: Kontextuelle Hilfe und Erklärungen
- **Echtzeit-Validierung**: Sofortige Rückmeldung bei Eingaben

8 Anwendungsbeispiele

8.1 Beispiel 1: Altersvorsorge

Fragestellung: Wie viel Kapital habe ich nach 30 Jahren, wenn ich monatlich 500 € spare?
Eingaben:

- Tab: Rentenendwert
- Rate: 500 €
- Zinssatz: 4% p.a.
- Laufzeit: 30 Jahre
- Zahlungsintervall: Monatlich
- Zahlungsweise: Nachschüssig

Ergebnis: Endwert ca. 347.850 €

8.2 Beispiel 2: Kapitalentnahme

Fragestellung: Ich habe 500.000 € gespart. Wie viel kann ich jährlich entnehmen bei 3% Zinsen über 25 Jahre?
Eingaben:

- Tab: Rentenbarwert
- Barwert: 500.000 € (rückwärts rechnen)
- Zinssatz: 3% p.a.
- Laufzeit: 25 Jahre
- Zahlungsintervall: Jährlich

Alternativ: Ewige Rente für nachhaltige Entnahme ohne Kapitalverzehr.

8.3 Beispiel 4: Barwert mit Zero-Zinskurven

Fragestellung: Welchen Wert hat heute eine Rente von jährlich 1.000 € über 10 Jahre (nachschüssig) bei Abzinsung mit verschiedenen Zinskurven?

Eingaben: Tab Rentenbarwert, Rate 1.000 €, Laufzeit 10 Jahre, jährlich, nachschüssig, Bewertungszeitpunkt 0, Diskontierungsmethode „Beispiel-Zinskurve“.

Kurve	Zero-Rate 10 J.	Barwert letzte Zahlung	Rentenbarwert
EUR	3,71 %	694,94 €	8.286,27 €
USD	5,20 %	602,57 €	7.698,26 €
CHF	2,19 %	805,04 €	8.948,27 €
Typisch	4,00 %	675,56 €	8.251,68 €

Tabelle 4: Rentenbarwert je Zinskurve

Je höher das Zinsniveau, desto niedriger der Barwert. Kontrolle für die letzte Zahlung (EUR): $1000 \cdot 1{,}037064^{-10} = 694{,}94$ €.

8.4 Beispiel 3: Dynamische Rente mit Inflation

Fragestellung: Altersvorsorge mit jährlich steigenden Raten (Inflationsausgleich).

Eingaben:

- Tab: Dynamische Rente
- Anfangsrate: 1.000 €
- Zinssatz: 5% p.a.
- Wachstumstyp: Geometrisch
- Wachstumsrate: 2%
- Laufzeit: 20 Jahre
- Berechnungsart: Endwert

9 Literatur und Quellen

Die mathematischen Grundlagen basieren auf Standard-Lehrbüchern der Finanzmathematik:

- Tietze, J. (2015): *Einführung in die Finanzmathematik*. Springer Spektrum.
- Luderer, B., Nollau, V., Vetters, K. (2015): *Mathematische Formeln für Wirtschaftswissenschaftler*. Springer Gabler.
- Kruschwitz, L. (2014): *Finanzmathematik*. De Gruyter Oldenbourg.

10 Glossar

Akkumulation Aufzinsung; Berechnung des zukünftigen Werts

Barwert Abgezinster Wert zukünftiger Zahlungen zum heutigen Zeitpunkt

Diskontierung Abzinsung; Berechnung des heutigen Werts

Effektivzins Tatsächlicher Zinssatz unter Berücksichtigung der Zinsperiode

Ewige Rente Unendliche Zahlungsreihe

Nachschüssig Zahlung am Ende der Periode

Nominalzins Angegebener Zinssatz ohne Berücksichtigung der Zinsperiode

Rente Regelmäßige Zahlungsreihe

Vorschüssig Zahlung am Beginn der Periode

Zero-Rate Zinssatz für eine bestimmte Laufzeit aus einer Zinsstrukturkurve

Zinseszins Verzinsung der aufgelaufenen Zinsen