Portfolio VaR Rechner 2

Mathematische und technische Dokumentation

Zinssensitive Produkte in vier Währungsräumen: EUR, USD, GBP, CHF

Deutsch

Wolfgang Böhme

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

25. Oktober 2026

Dokumentationen dieser Webseite wurden mit Unterstützung der KI Claude (Anthropic) entwickelt.

0 Inhaltsverzeichnis

1 Überblick und Ziel **2**
1.1 Gegenüberstellung: naiv vs. korrekt . . . 2

2 Datenbasis und Risikofaktoren **2**
2.1 Marktdaten-CSV . . . 2
2.2 Lineare Interpolation der Zinskurve . . . 3

3 Diskontierungsfaktoren und Log-Returns **3**
3.1 Spread-adjustierter Diskontierungsfaktor . . . 3
3.2 Log-Returns als einheitliche Risikovariable . . . 3

4 Die globale Kovarianzmatrix **4**
4.1 Aufbau . . . 4
4.2 Block-Struktur . . . 4

5 Bewertung der Instrumente **4**
5.1 Festverzinsliche Anleihe (Bond) . . . 4
5.2 Festzinsswap . . . 5
5.3 Cross-Currency-Swap (CCS) . . . 5
5.4 FX Forward . . . 5

6 Sensitivitäten **6**
6.1 Sensitivität gegenüber Diskontierungsfaktoren . . . 6
6.2 Sensitivität für FX Forwards . . . 6

7 VaR-Berechnung **6**
7.1 Zuordnung zu Risikofaktoren . . . 6
7.2 Portfolio-Varianz . . . 7
7.3 VaR-Formel . . . 7
7.4 Einzel-VaR vs. Portfolio-VaR . . . 7

8 Technische Implementierung **8**
8.1 Datenstruktur: `r2State` . . . 8
8.2 Berechnungsablauf . . . 8
8.3 Faktorliste (Reihenfolge in der Matrix) . . . 9

9 Transparenz-Tab: Matrizen und Cashflows **9**

10 Einschränkungen und Ausblick **9**
10.1 Bekannte Vereinfachungen . . . 9
10.2 Mögliche Erweiterungen . . . 10

1 Überblick und Ziel

Der Portfolio-VaR-Rechner 2 berechnet den **Value at Risk (VaR)** eines Portfolios zinssensitiver Produkte unter Verwendung einer einheitlichen, historisch geschätzten Kovarianzmatrix. Im Unterschied zu Ansätzen, die jeden Risikofaktor isoliert betrachten, erfasst dieser Rechner *Korrelationen zwischen allen Risikofaktoren gleichzeitig* — sowohl innerhalb eines Währungsraums als auch zwischen verschiedenen Währungsräumen.

1.1 Gegenüberstellung: naiv vs. korrekt

	Naive Summation	**Rechner 2**
Annahme	$\rho_{ij} = 1$ für alle i, j	historisch gemessen
Aggregation	$\mathrm{VaR}_{\text{ges}} = \sum_k \mathrm{VaR}_k$	$\mathrm{VaR}_{\text{ges}} = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}}$
Risikofaktoren	je Produkt separat	gemeinsame 29×29 Matrix
Subadditivität	verletzt	garantiert
Diversifikation	ignoriert	explizit ausgewiesen

Subadditivität (Artzner et al., 1999)

Ein Risikomaß ρ heißt *subadditiv*, wenn für beliebige Portfolios A und B gilt:

$$\rho(A + B) \;\leq\; \rho(A) + \rho(B).$$

Der kovarianzbasierte VaR ist subadditiv, weil die Dreiecksungleichung für die euklidische Norm gilt:

$$\sqrt{\mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}} \;\leq\; \sqrt{\mathbf{w}_A^\top \boldsymbol{\Sigma}_{AA}\, \mathbf{w}_A} + \sqrt{\mathbf{w}_B^\top \boldsymbol{\Sigma}_{BB}\, \mathbf{w}_B}.$$

2 Datenbasis und Risikofaktoren

2.1 Marktdaten-CSV

Der Rechner liest historische Tagesendkurse aus einer CSV-Datei mit $T = 252$ Zeilen (Handelstage) und 104 Spalten. Für Rechner 2 werden 29 Spalten verwendet, die in der folgenden Tabelle aufgeführt sind.

Block	**Inhalt**	**Anzahl**	**Tenors (Jahre)**
EUR Zero Rates	$r^{\text{EUR}}(t_k)$	5	0.25, 1, 2, 5, 10
USD Zero Rates	$r^{\text{USD}}(t_k)$	5	0.25, 1, 2, 5, 10
GBP Zero Rates	$r^{\text{GBP}}(t_k)$	5	0.25, 1, 2, 5, 10
CHF Zero Rates	$r^{\text{CHF}}(t_k)$	5	0.25, 1, 2, 5, 10
FX Spots	EUR/USD, EUR/GBP, EUR/CHF	3	—
Credit Spread A	$s^{\text{A}}(t_k)$	3	1, 5, 10
Credit Spread BBB	$s^{\text{BBB}}(t_k)$	3	1, 5, 10
Gesamt		**29**	

Alle Zinssätze liegen in der CSV als Prozentangaben vor (z. B. 3,50) und werden intern durch Division durch 100 in Dezimalform (0,0350) umgewandelt.

2.2 Lineare Interpolation der Zinskurve

Für einen Cashflow-Zeitpunkt t, der zwischen zwei Stützstellen $t_k < t < t_{k+1}$ liegt, wird die zugehörige Zero Rate linear interpoliert:

$$r(t) = r(t_k) \cdot \frac{t_{k+1} - t}{t_{k+1} - t_k} + r(t_{k+1}) \cdot \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k}.$$

Für Zeitpunkte außerhalb des Stützstellenbereichs wird der nächstgelegene Randwert verwendet (konstante Extrapolation).

3 Diskontierungsfaktoren und Log-Returns

3.1 Spread-adjustierter Diskontierungsfaktor

Für ein Instrument mit Kreditrating (A oder BBB) wird der Credit Spread $s(t)$ direkt auf die Zero Rate addiert. Der Diskontierungsfaktor für Laufzeit t lautet:

$$\mathrm{DF}(t,\, d) = \exp\!\big[-\big(r(t,d) + s(t,d)\big) \cdot t\big],$$

wobei $d \in \{1, \ldots, T\}$ den Handelstag bezeichnet. Ohne Credit Spread gilt $s \equiv 0$.

3.2 Log-Returns als einheitliche Risikovariable

Die zentrale methodische Entscheidung des Rechners ist die Verwendung von **Log-Returns der Diskontierungsfaktoren** als Risikofaktoren. Dies gewährleistet, dass alle Einträge der Kovarianzmatrix in derselben Einheit vorliegen — im Gegensatz zur Mischung von Zinsdifferenzen (bp) und Preisrenditen.

Der Log-Return des Diskontierungsfaktors für Tenor t_k und Währung c von Tag $d-1$ auf Tag d ist:

$$\begin{aligned} \ell_k^c(d) &= \ln\!\left(\frac{\mathrm{DF}(t_k,\, d)}{\mathrm{DF}(t_k,\, d-1)}\right) = \ln\!\left(\frac{e^{-(r_d^c(t_k)+s_d(t_k))\,t_k}}{e^{-(r_{d-1}^c(t_k)+s_{d-1}(t_k))\,t_k}}\right) \\ &= -t_k \cdot \big[(r_d^c(t_k) + s_d(t_k)) - (r_{d-1}^c(t_k) + s_{d-1}(t_k))\big]. \end{aligned} \tag{1}$$

Dies entspricht der negativen, laufzeit-gewichteten Änderung des spread-adjustierten Zinssatzes. Der Credit Spread ist damit *automatisch* in den Log-Return integriert — es bedarf keines separaten Spread-Risikoblock.

Für FX-Spots S_d (quotiert als EUR/CCY) wird ebenfalls der Log-Return verwendet:

$$\ell^{\mathrm{FX}}(d) = \ln\!\left(\frac{S_d}{S_{d-1}}\right).$$

Aus $T = 252$ Tagesbeobachtungen entstehen $T-1 = 251$ Log-Return-Beobachtungen pro Risikofaktor.

4 Die globale Kovarianzmatrix

4.1 Aufbau

Seien $\ell_1(d), \ldots, \ell_{29}(d)$ die Log-Returns aller 29 Risikofaktoren am Tag d, mit Mittelwerten $\bar{\ell}_i = \frac{1}{T-1}\sum_{d=1}^{T-1} \ell_i(d)$.

Die globale Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{29\times 29}$ wird aus den historischen Log-Returns geschätzt:

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{T-2}\sum_{d=1}^{T-1}\big(\ell_i(d) - \bar{\ell}_i\big)\big(\ell_j(d) - \bar{\ell}_j\big), \quad i,j \in \{1,\ldots,29\}.$$

Die Matrix ist symmetrisch ($\Sigma_{ij} = \Sigma_{ji}$) und positiv semidefinit. Mit $T-1 = 251$ Beobachtungen und $N = 29$ Faktoren beträgt das Verhältnis $251/29 \approx 8{,}7$, was für eine stabile Kovarianzschätzung ausreichend ist (Faustregel: > 5).

4.2 Block-Struktur

Die Matrix gliedert sich natürlich in Blöcke:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{5\times5}_{\text{EUR}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\text{EUR,USD}} & \cdots & \boldsymbol{\sigma}_{\text{EUR,FX}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\text{EUR,CS}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\text{USD,EUR}} & \boldsymbol{\Sigma}^{5\times5}_{\text{USD}} & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \boldsymbol{\sigma}^{\top}_{\text{FX,EUR}} & \cdots & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}^{3\times3}_{\text{FX}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\text{FX,CS}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\text{CS,EUR}} & \cdots & \cdots & \boldsymbol{\Sigma}_{\text{CS,FX}} & \boldsymbol{\Sigma}^{6\times6}_{\text{CS}} \end{pmatrix}.$$

Die Diagonal-Blöcke $\boldsymbol{\Sigma}_{kk}$ enthalten die Varianzen und internen Kovarianzen jedes Währungsraums oder jeder Produktklasse. Die Off-Diagonal-Blöcke $\boldsymbol{\Sigma}_{kl}$ ($k \neq l$) erfassen die *Cross-Korrelationen* zwischen verschiedenen Risikofaktoren, z. B. die historische Korrelation zwischen EUR-Zinsen und USD-Zinsen.

5 Bewertung der Instrumente

5.1 Festverzinsliche Anleihe (Bond)

Eine Anleihe mit Nominal N, Kuponrate c p. a., Laufzeit T_{Bond} und Zahlungsfrequenz f (1 = jährlich, 2 = halbjährlich) erzeugt Cashflows zu den Zeitpunkten $t_j = j/f$, $j = 1, \ldots, n = f \cdot T_{\text{Bond}}$:

$$\text{CF}_j = \frac{N \cdot c}{f} + N \cdot \mathbf{1}_{[j=n]},$$

wobei der Rückzahlungsbetrag N nur zum letzten Termin $t_n = T_{\text{Bond}}$ anfällt.

Der Barwert in EUR lautet:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{Bond}} = \frac{1}{S_{\mathrm{CCY/EUR}}} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{CF}_j \cdot \mathrm{DF}(t_j),$$

wobei $S_{\mathrm{CCY/EUR}}$ der FX-Spot ist (Einheiten der Fremdwährung pro EUR), also EUR/USD für einen USD-Bond.

5.2 Festzinsswap

Beim Festzinsswap tauscht man einen festen Kupon gegen eine variable Rate. Da die variable Seite zum Marktwert bewertet wird, gilt für ihren Barwert:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{float}} = N \cdot (1 - \mathrm{DF}(T_{\mathrm{Swap}})).$$

Der Gesamtbarwert eines **Zahler-Swaps** (fest zahlen, variabel empfangen) in EUR ist:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{Swap}}^{\mathrm{Zahler}} = \frac{1}{S_{\mathrm{CCY/EUR}}} \left[N \cdot (1 - \mathrm{DF}(T)) - \sum_{j=1}^{n} \frac{N \cdot c}{f} \cdot \mathrm{DF}(t_j) - N \cdot \mathrm{DF}(T) \right].$$

Für den **Empfänger-Swap** kehren sich alle Vorzeichen um.

5.3 Cross-Currency-Swap (CCS)

Ein CCS tauscht Cashflows in Währung 1 gegen Cashflows in Währung 2. Bei Abschluss werden die Nominalbeträge so gewählt, dass sie dem aktuellen FX-Spot entsprechen:

$$N_2 = N_1 \cdot S_{12},$$

wobei S_{12} der Spot-Kurs (Einheiten von CCY2 pro CCY1) ist.

Jeder Leg wird wie eine Anleihe bewertet (mit Nominal-Rückzahlung am Ende):

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{Leg1}} = \frac{1}{S_{\mathrm{CCY1/EUR}}} \sum_{j} \mathrm{CF}_{1,j} \cdot \mathrm{DF}_1(t_j),$$

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{Leg2}} = \frac{1}{S_{\mathrm{CCY2/EUR}}} \sum_{j} \mathrm{CF}_{2,j} \cdot \mathrm{DF}_2(t_j).$$

Der Netto-Barwert (aus Sicht des Zahlers von Leg 1) ist:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{CCS}} = -\mathrm{PV}_{\mathrm{Leg1}} + \mathrm{PV}_{\mathrm{Leg2}}.$$

5.4 FX Forward

Ein Devisentermingeschäft (Kauf von CCY1 gegen CCY2 zum Kurs F, Fälligkeit T) hat folgenden Barwert in EUR:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{FX}} = \frac{N \cdot (F - S_0) \cdot \mathrm{DF}_{\mathrm{CCY1}}(T)}{S_{\mathrm{CCY2/EUR}}},$$

wobei S_0 der aktuelle Spot-Kurs und $\mathrm{DF}_{\mathrm{CCY1}}(T)$ der Diskontierungsfaktor in der Basiswährung ist.

6 Sensitivitäten

6.1 Sensitivität gegenüber Diskontierungsfaktoren

Die VaR-Berechnung benötigt für jede Position j die Sensitivität des Barwerts gegenüber dem Diskontierungsfaktor, d. h. die partielle Ableitung $\delta_j = \partial \mathrm{PV} / \partial \mathrm{DF}(t_j)$:

$$\delta_j = \frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \ln \mathrm{DF}(t_j)} = \frac{\mathrm{CF}_j \cdot \mathrm{DF}(t_j)}{S_{\mathrm{CCY/EUR}}} = \frac{\mathrm{PV}_j}{1}.$$

Die Sensitivität entspricht dem **diskontierten Cashflow** (Barwert der Position j) in EUR — konsistent mit der Kovarianzmatrix der Log-Returns $\Delta \ln \mathrm{DF}$.

Für einen Zahler-Swap ist $\mathrm{CF}_j < 0$ (feste Zahlung), daher $\delta_j < 0$. Dies ist intuitiv korrekt: ein Zinsanstieg (sinkende DFs) erhöht den Wert einer festen Zahlungsverpflichtung für den Empfänger und schadet dem Zahler.

6.2 Sensitivität für FX Forwards

Beim FX Forward ist der primäre Risikofaktor der FX-Spot S_0. Die Sensitivität gegenüber einem Log-Return des Spots lautet:

$$\delta^{\mathrm{FX}} \approx \frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \ln S_0} = \frac{N \cdot S_0}{S_{\mathrm{CCY2/EUR}}}.$$

7 VaR-Berechnung

7.1 Zuordnung zu Risikofaktoren

Jede Position j wird dem nächstgelegenen Stützpunkt t_k in der globalen Faktorliste zugeordnet:

$$k^*(j) = \arg\min_k |t_k - t_j|,$$

wobei für Bonds mit Credit Rating auf die entsprechenden Kredit-Spread-Faktoren (CS_A oder CS_BBB) gemappt wird — nicht auf die risikofreie Zinskurve. Dies stellt sicher, dass die historische Korrelationsstruktur der spread-adjustierten Diskontierungsfaktoren korrekt erfasst wird.

7.2 Portfolio-Varianz

Sei $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{29}$ der Sensitivitätsvektor, wobei $w_k = \sum_{j:\,k^*(j)=k} \delta_j$ die aggregierte Sensitivität gegenüber Risikofaktor k ist, mit $\delta_j = \mathrm{CF}_j \cdot \mathrm{DF}(t_j)/S_{\mathrm{CCY/EUR}}$. Die Portfolio-Varianz ist:

$$\sigma_P^2 = \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w} = \sum_{i=1}^{29} \sum_{j=1}^{29} w_i\, \Sigma_{ij}\, w_j.$$

7.3 VaR-Formel

Unter der Normalverteilungsannahme für die Log-Returns gilt:

$$\boxed{\mathrm{VaR}_\alpha^h = z_\alpha \cdot \sqrt{\mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}} \cdot \sqrt{h}}$$

wobei $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$ das α-Quantil der Standardnormalverteilung ist, h der Zeithorizont in Handelstagen und für $\alpha = 99\,\%$ gilt $z_{0{,}99} \approx 2{,}326$.

Standardfall: $h = 1$ Handelstag. Das Eingabefeld „Zeithorizont (Tage)" im Portfolio-VaR-Tab ermöglicht eine direkte $\sqrt{h}$-Skalierung auf längere Horizonte.

7.4 Einzel-VaR vs. Portfolio-VaR

Der Rechner berechnet **beide** Größen aus *derselben* Kovarianzmatrix:

Größe	**Formel**
Einzel-VaR Instrument i	$\mathrm{VaR}_i = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}_i^\top \boldsymbol{\Sigma}_{kk}\, \mathbf{w}_i} \cdot \sqrt{h}$
Gesamt-VaR Tab (mit Korr.)	$\mathrm{VaR}_{\mathrm{Tab}} = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}_{\mathrm{Tab}}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}_{\mathrm{Tab}}} \cdot \sqrt{h}$
Portfolio-VaR (alle Tabs)	$\mathrm{VaR}_P = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}} \cdot \sqrt{h}$
Undiversifizierter VaR	$\mathrm{VaR}_{\mathrm{undiv}} = \sum_k \mathrm{VaR}_k$
Diversifikationseffekt	$\Delta\mathrm{VaR} = \mathrm{VaR}_{\mathrm{undiv}} - \mathrm{VaR}_P \geq 0$

Die Subadditivität $\mathrm{VaR}_P \leq \mathrm{VaR}_{\mathrm{undiv}}$ ist *garantiert*, da alle VaRs aus derselben positiv semidefiniten Matrix berechnet werden und die Cauchy-Schwarz-Ungleichung gilt.

Beispiel: Bonds EUR (Rating A) + USD (Rating BBB)

Eingaben:
Bond 1: EUR, 100.000 €, Kupon 5 %, 4 Jahre, Rating A
Bond 2: USD, 80.000 USD, Kupon 4,5 %, 3 Jahre, Rating BBB
EUR/USD = 1,11

Risikofaktoren:
Bond 1 → CS_A (1Y, 5Y, 10Y), nächstgelegener Tenor: 1Y und 5Y
Bond 2 → CS_BBB (1Y, 5Y), konvertiert in EUR über 1/1,11

Kovarianzstruktur:

$\text{Cov}(\ell^{\text{CS_A}}, \ell^{\text{CS_BBB}}) < \text{Cov}(\ell^{\text{CS_A}}, \ell^{\text{CS_A}}) \Rightarrow$ Portfolio-VaR < Summe der Einzel-VaRs

Typisches Ergebnis:
VaR Bond 1: 2.800 € VaR Bond 2: 1.600 €
Summe: 4.400 € Portfolio-VaR: 3.700 € Ersparnis: 700 € (15 %)

8 Technische Implementierung

8.1 Datenstruktur: `r2State`

Alle Berechnungsergebnisse werden in einem globalen JavaScript-Objekt `r2State` gespeichert:

```
r2State = {
  csvLoaded:  bool,          // CSV erfolgreich geladen?
  rawData:    {col: [val]},  // Rohdaten je Spalte
  logReturns: {col: [lr]},   // Log-Returns je Risikofaktor
  fxSpots:    {pair: val},   // Aktuelle FX-Spots
  globalCov:  [[...]],       // 29x29 Kovarianzmatrix
  positions:  [{...}],       // Alle aktiven Positionen
  products: {
    bonds:  {bonds, positions},
    swaps:  {swaps, positions},
    ccs:    {ccsList, positions},
    fx:     {fxList, positions}
  }
}
```

8.2 Berechnungsablauf

Schritt 1. CSV laden: Alle 29 benötigten Spalten werden eingelesen und validiert. Fehlende Spalten lösen eine Fehlermeldung aus.

Schritt 2. Log-Returns berechnen: Für jeden der 29 Risikofaktoren werden 251 Log-Returns aus den 252 Tagesbeobachtungen berechnet. Für Zinsfaktoren: DF-basiert (s. o.). Für FX: direkt aus Spot.

Schritt 3. Kovarianzmatrix aufbauen: $\boldsymbol{\Sigma}$ wird als 29×29 Matrix mit dem historischen Schätzer berechnet. Komplexität: $\mathcal{O}(N^2 \cdot T) = \mathcal{O}(29^2 \cdot 251)$.

Schritt 4. Produkt berechnen: Cashflows, Diskontierungsfaktoren, Barwert und Sensitivitäten werden je Instrument berechnet.

Schritt 5. Risikofaktor-Mapping: Jede Position wird dem nächstgelegenen Stützpunkt in `R2_ALL_FACTORS` zugeordnet. Bonds mit Rating → CS-Faktoren; Swaps/CCS → Währungs-Zerokurve; FX → FX-Spot-Faktor.

Schritt 6. VaR berechnen: $\sigma_P^2 = \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{w}$, $\text{VaR} = z_\alpha \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{h}$, wobei h der eingegebene Zeithorizont (Standard: $h = 1$ Tag).

Schritt 7. Diversifikation: Einzel-VaRs aus Diagonal-Blöcken *derselben* Matrix, Summe $\geq$ Portfolio-VaR.

8.3 Faktorliste (Reihenfolge in der Matrix)

Index	Faktor	Block	Tenor
0–4	EUR_Zero_3M/1Y/2Y/5Y/10Y	EUR Zero	0.25, 1, 2, 5, 10 J
5–9	USD_Zero_3M/1Y/2Y/5Y/10Y	USD Zero	0.25, 1, 2, 5, 10 J
10–14	GBP_Zero_3M/1Y/2Y/5Y/10Y	GBP Zero	0.25, 1, 2, 5, 10 J
15–19	CHF_Zero_3M/1Y/2Y/5Y/10Y	CHF Zero	0.25, 1, 2, 5, 10 J
20	EUR/USD	FX Spot	—
21	EUR/GBP	FX Spot	—
22	EUR/CHF	FX Spot	—
23–25	CreditSpread_A_1Y/5Y/10Y	CS A	1, 5, 10 J
26–28	CreditSpread_BBB_1Y/5Y/10Y	CS BBB	1, 5, 10 J

9 Transparenz-Tab: Matrizen und Cashflows

Der Rechner stellt im Tab *Matrizen & Cashflows* drei Informationsebenen bereit:

1. **Lokale Kovarianzmatrizen** — je ein 5×5-Block (Zinsblöcke) bzw. 3×3-Block (FX, CS) als Heatmap. Die Farbintensität kodiert den Betrag der Kovarianz relativ zur Diagonal-Varianz (d. h. approximativ die Korrelation).

2. **Globale Kovarianzmatrix** — die volle 29×29-Matrix, wovon die ersten 20 Faktoren angezeigt werden. Die vollständige Matrix kann als CSV exportiert werden (Werte in Exponentialschreibweise).

3. **Cashflow-Tabelle** — für jede aktive Position werden Zahlungszeitpunkt t_j, Cashflow CF, Barwert PV(EUR), Sensitivität δ_j und der zugeordnete Risikofaktor aufgelistet. Export als CSV möglich.

10 Einschränkungen und Ausblick

10.1 Bekannte Vereinfachungen

1. **Normalverteilungsannahme:** Die Formel $\text{VaR} = z_\alpha \sigma_P$ gilt exakt nur, wenn die Log-Returns normalverteilt sind. In der Praxis sind Finanzrenditen leptokurtisch (fat tails). Historical Simulation oder Extremwerttheorie können diesen Fehler beheben.

2. **Ein-Faktor-Mapping:** Jede Position wird dem *nächstgelegenen* Tenor zugeordnet. Eine exaktere Methode wäre lineare Interpolation zwischen zwei benachbarten Faktoren (Rho-Mapping).

3. **Swap-Float-Leg:** Der Barwert des variablen Legs wird durch $N \cdot (1 - \text{DF}(T))$ approximiert. Dies gilt exakt für LIBOR-Swaps ohne Spread; für OIS-diskontierte Swaps wären getrennte Diskontierungs- und Forward-Kurven nötig.

4. **FX Forward:** Die Sensitivität $\delta^{\text{FX}} \approx N \cdot S_0 / S_{\text{CCY2/EUR}}$ ist eine Delta-Approximation. Für exotische Optionen oder nichtlineare Produkte wäre eine vollständigere Gamma-Behandlung erforderlich.

5. **Kovarianzstationarität:** Die historische Schätzung über 251 Tage nimmt implizit an, dass die Kovarianzstruktur stationär ist. In Krisenzeiten können Korrelationen stark variieren (Correlation Breakdown). GARCH-Modelle oder exponentielles Gewichten (EWMA) könnten dies adressieren.

10.2 Mögliche Erweiterungen

- Historische Simulation (vollständige Neubewertung an jedem Tag)
- Stressed VaR (Krisen-Fenster 2008–2009, 2020)
- Expected Shortfall (CVaR) als kohärenteres Risikomaß
- EWMA-Kovarianzmatrix mit Zerfallsfaktor $\lambda = 0{,}94$ (RiskMetrics)
- Gamma-Terme für Zinsoptionen und Swaptions

10 Zusammenfassung der wichtigsten Formeln

Größe	**Formel**
Diskontierungsfaktor	$\text{DF}(t,d) = e^{-(r_d(t)+s_d(t))\,t}$
Log-Return DF	$\ell_k(d) = \ln(\text{DF}(t_k,d)/\text{DF}(t_k,d-1))$
Kovarianzschätzung	$\Sigma_{ij} = \frac{1}{T-2}\sum_d (\ell_i(d)-\bar{\ell}_i)(\ell_j(d)-\bar{\ell}_j)$
Sensitivität Bond/Swap	$\delta_j = \text{CF}_j \cdot \text{DF}(t_j)/S_{\text{CCY/EUR}}$
Portfolio-Varianz	$\sigma_P^2 = \mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}$
VaR (Normalverteilung)	$\text{VaR}_\alpha^h = z_\alpha \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{h} = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}^\top \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}} \cdot \sqrt{h}$
Subadditivität	$\text{VaR}_P \le \sum_k \text{VaR}_k$
Diversifikationseffekt	$\Delta\text{VaR} = \sum_k \text{VaR}_k - \text{VaR}_P \ge 0$

Rechner: `rechner2.html` Datenbasis: `market_data_251days.csv` 252 Handelstage, 29 Risikofaktoren, 29×29 Kovarianzmatrix