Калькулятор ренты

Документация

Русский

Вольфганг Бёме
wolfgang.boehme@economic-modeling.de
www.economic-modeling.de

2 ноября 2026 г.

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение **3**
1.1 Функциональные возможности . . . 3

2 Будущая стоимость ренты **3**
2.1 Основы . . . 3
2.2 Математические формулы . . . 3
2.2.1 Постнумерандо . . . 3
2.2.2 Пренумерандо . . . 3
2.3 Входные параметры . . . 4
2.4 Результаты . . . 4

3 Приведённая стоимость ренты **4**
3.1 Основы . . . 4
3.2 Математические формулы . . . 4
3.2.1 Постоянная ставка — Постнумерандо . . . 4
3.2.2 Постоянная ставка — Пренумерандо . . . 4
3.3 Момент оценки . . . 5
3.4 Методы дисконтирования . . . 5
3.4.1 Постоянная процентная ставка . . . 5
3.4.2 Нулевая кривая доходности . . . 5
3.4.3 Типы процентных ставок . . . 5
3.5 Способы ввода нулевой кривой доходности . . . 6
3.6 CSV-загрузка кривой доходности . . . 6
3.7 Примеры кривых доходности . . . 7
3.8 Результаты . . . 7

4 Бессрочная рента **7**
4.1 Основы . . . 7
4.2 Режимы расчёта . . . 8
4.2.1 Режим 1: Капитал → Платёж . . . 8
4.2.2 Режим 2: Платёж → Капитал . . . 8
4.3 Динамика капитала . . . 8
4.4 Ввод ставки изъятия . . . 8
4.5 Результаты . . . 9

5 Динамическая рента **9**
5.1 Основы . . . 9
5.2 Типы роста . . . 9
5.2.1 Геометрический рост . . . 9
5.2.2 Арифметический рост . . . 9
5.3 Приведённая стоимость с расширенным дисконтированием . . . 10
5.4 Входные параметры . . . 10
5.5 Результаты . . . 10

6 CSV-экспорт **11**
6.1 Принцип работы . . . 11
6.2 Экспортируемые данные . . . 11
6.3 Формат файла . . . 11

6.4 Совместимость с Excel 11

7 Технические сведения **11**
7.1 Реализация 11
7.2 Точность расчётов 12
7.3 Интерфейс пользователя 12

8 Примеры применения **12**
8.1 Пример 1: Пенсионные накопления 12
8.2 Пример 2: Изъятие капитала 12
8.3 Пример 4: Приведённая стоимость по бескупонным кривым 13
8.4 Пример 3: Динамическая рента с учётом инфляции 13

9 Литература и источники **13**

10 Глоссарий **14**

1. Введение

Калькулятор ренты — это веб-инструмент для решения различных задач финансовой математики в области теории рент. Инструмент позволяет рассчитывать будущую стоимость ренты, приведённую стоимость ренты, бессрочные ренты и динамические ренты с широкими возможностями параметризации.

1.1. Функциональные возможности

- Расчёт будущей стоимости ренты
- Расчёт приведённой стоимости ренты с гибким дисконтированием
- Бессрочная рента с динамикой капитала
- Динамические ренты (геометрический и арифметический рост)
- CSV-экспорт всех результатов расчёта
- Интерактивный ввод параметров

2. Будущая стоимость ренты

2.1. Основы

Будущая стоимость ренты R_n — это наращенная стоимость всех рентных платежей на момент времени n (конец срока).

2.2. Математические формулы

2.2.1. Постнумерандо

При постнумерандо платёж производится в **конце** каждого периода:

$$R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{i} \tag{1}$$

2.2.2. Пренумерандо

При пренумерандо платёж производится в **начале** каждого периода:

$$R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{i} \tag{2}$$

Обозначения:

- R_n = будущая стоимость ренты
- r = платёж за период
- i = процентная ставка за период
- $q = 1 + i$ = коэффициент наращения
- n = количество периодов

2.3. Входные параметры

Параметр	Описание	Пример
Платёж	Сумма платежа за период	1 000 €
Процентная ставка	Годовая ставка	5%
Срок	Количество лет	10 лет
Периодичность	Частота платежей	Ежегодно / Ежемесячно
Способ оплаты	Момент платежа	Постнумерандо / Пренумерандо

Таблица 1: Входные параметры: будущая стоимость ренты

2.4. Результаты

Инструмент рассчитывает и отображает:

- **Будущая стоимость**: Общая стоимость на конец срока
- **Сумма взносов**: Сумма всех платежей
- **Процентный доход**: Разница между будущей стоимостью и суммой взносов
- **Детальная таблица**: Ежегодная динамика капитала и процентов

3. Приведённая стоимость ренты

3.1. Основы

Приведённая стоимость ренты R_0 — это дисконтированная стоимость всех будущих рентных платежей на момент оценки t.

3.2. Математические формулы

3.2.1. Постоянная ставка — Постнумерандо

$$R_0 = r \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} \tag{3}$$

3.2.2. Постоянная ставка — Пренумерандо

$$R_0 = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{i \cdot q^n} \tag{4}$$

3.3. Момент оценки

Инструмент позволяет выполнять оценку на произвольный момент времени t:

$$t = t_{\text{лет}} + \frac{t_{\text{месяцев}}}{12} \tag{5}$$

Каждый платёж дисконтируется от момента выплаты до момента оценки.

3.4. Методы дисконтирования

3.4.1. Постоянная процентная ставка

Простейший метод использует постоянную ставку i для всех сроков:

$$\text{Приведённая стоимость}_j = r_j \cdot (1+i)^{-(t_j - t)} \tag{6}$$

где t_j — момент платежа, t — момент оценки.

3.4.2. Нулевая кривая доходности

При использовании нулевой кривой для каждого срока T применяется специфическая ставка $i(T)$:

$$\text{Приведённая стоимость}_j = r_j \cdot (1+i(T_j))^{-T_j} \tag{7}$$

где $T_j = t_j - t$ — остаточный срок до платежа.

Интерполяция: Между заданными узловыми точками применяется линейная интерполяция:

$$i(T) = i(T_1) + \frac{i(T_2) - i(T_1)}{T_2 - T_1} \cdot (T - T_1) \tag{8}$$

Экстраполяция: до первого узла действует его ставка, после последнего — последняя ставка (плоская экстраполяция). Если кривая, например, заканчивается на 10 годах, все более поздние платежи дисконтируются по 10-летней ставке.

3.4.3. Типы процентных ставок

- **Годовая (р.а.)**: Указанная ставка действует в течение полного года и делится на периодичность платежей:

  $$i_{\text{период}} = \frac{i_{\text{год}}}{m} \tag{9}$$

  где m — количество платежей в год.

- **Соответствует периоду платежей**: Указанная ставка уже действует за период и не пересчитывается.

3.5. Способы ввода нулевой кривой доходности

1. **CSV-загрузка**: загрузка файла со сроком и ставкой (раздел 3.6)
2. **Ручной ввод**: динамическая таблица с произвольным количеством строк
3. **Пример кривой доходности**: выбор из четырёх встроенных кривых (раздел 3.7)

3.6. CSV-загрузка кривой доходности

Под полем загрузки раскрывающаяся подсказка «Указания по загрузке CSV» поясняет следующие правила:

- **Расположение**: файл должен храниться локально на компьютере (или подключённом диске); онлайн-файлы сначала скачайте. Файл обрабатывается только в браузере и никуда не передаётся.
- **Структура**: первая строка — заголовок, она пропускается. Далее по одной строке на узел: столбец 1 — срок в годах, столбец 2 — бескупонная ставка в процентах годовых (`2.5` для 2,5 %, а не `0.025`).
- **Разделитель**: точка с запятой, запятая или табуляция; определяется по заголовку. При точке с запятой или табуляции допускается и десятичная запятая.
- **Порядок**: произвольный, узлы сортируются по сроку.
- **Диапазон сроков**: для длинных рент кривая должна доходить до конца ренты, иначе далее действует последняя ставка (плоская экстраполяция).

Listing 1: Пример: zerocurve_EUR.csv

```
Laufzeit;Zinssatz
0.25;3.0115
0.5;3.0996
1.0;3.1977
2.0;3.2978
3.0;3.4007
5.0;3.5092
7.0;3.6000
10.0;3.7064
```

Альтернативно market_data.csv (только на вкладке «Приведённая стоимость ренты»): заголовок со столбцами вида `EUR_Zero_3M`, `EUR_Zero_1Y` … `USD_Zero_10Y` (сроки 3M, 6M, 1Y, 2Y, 3Y, 5Y, 7Y, 10Y), первый столбец — дата, одна строка на день. Валюта (EUR, USD, GBP, CHF, JPY) и день (первый или последний) выбираются в полях выбора.

После загрузки калькулятор показывает число узлов и все пары «срок/ставка»; при неверном формате выводится сообщение об ошибке.

3.7. Примеры кривых доходности

При методе «Пример кривой доходности» (вкладки «Приведённая стоимость ренты» и «Динамическая рента») доступны четыре кривые. Узлы отображаются в виде таблицы; кнопкой «Пример кривой в CSV (шаблон)» любую кривую можно скачать в формате загрузки и использовать как шаблон для собственных данных.

Кривые EUR, USD и CHF соответствуют файлам `zerocurve_EUR.csv`, `zerocurve_USD.csv` и `zerocurve_CHF.csv` и охватывают сроки от 3 месяцев до 10 лет. Типичная кривая иллюстративна и доходит до 30 лет.

Срок (лет)	EUR	USD	CHF	Типичная
0,25	3,0115	4,4977	1,4989	2,10
0,5	3,0996	4,5898	1,6065	2,30
1	3,1977	4,6927	1,7112	2,50
2	3,2978	4,8008	1,7972	2,80
3	3,4007	4,8873	1,9035	3,10
5	3,5092	4,9998	2,0008	3,50
7	3,6000	5,1028	2,1058	3,80
10	3,7064	5,1960	2,1923	4,00
15	–	–	–	4,20
20	–	–	–	4,30
30	–	–	–	4,40

Таблица 2: Встроенные примеры кривых доходности (бескупонные ставки, % годовых)

3.8. Результаты

- **Приведённая стоимость на момент** t: Общая стоимость всех дисконтированных платежей
- **Сумма платежей**: Сумма всех будущих платежей (номинал)
- **Дисконт**: Разница между суммой платежей и приведённой стоимостью
- **Детальная таблица**: С момента платежа, платежом, (нулевой ставкой), приведённой стоимостью, накопленным итогом

4. Бессрочная рента

4.1. Основы

Бессрочная рента — это бесконечная серия платежей. Инструмент рассчитывает устойчивую ставку изъятия или необходимый капитал для желаемого платежа, а также динамику капитала при отклоняющихся ставках.

4.2. Режимы расчёта

4.2.1. Режим 1: Капитал → Платёж

Задан начальный капитал K_0; требуется найти устойчивую ставку изъятия.
Устойчивый платёж (постнумерандо):

$$r_{\text{устойчивый}} = K_0 \cdot i \tag{10}$$

Устойчивый платёж (пренумерандо):

$$r_{\text{устойчивый}} = K_0 \cdot \frac{i}{1+i} \tag{11}$$

Интерпретация:

- Платёж = Годовая ставка ⇒ Капитал остаётся постоянным
- Платёж > Годовая ставка ⇒ Снижение капитала
- Платёж < Годовая ставка ⇒ Прирост капитала

4.2.2. Режим 2: Платёж → Капитал

Задана желаемая ставка изъятия r; требуется найти необходимый начальный капитал.

Постнумерандо:

$$K_0 = \frac{r}{i} \tag{12}$$

Пренумерандо:

$$K_0 = r \cdot \frac{1+i}{i} \tag{13}$$

4.3. Динамика капитала

Для каждого периода j капитал рассчитывается следующим образом:

Постнумерандо:

$$K_j = K_{j-1} \cdot (1+i) - r \tag{14}$$

Пренумерандо:

$$K_j = (K_{j-1} - r) \cdot (1+i) \tag{15}$$

4.4. Ввод ставки изъятия

Ставка изъятия вводится как **процент годовых от начального капитала**:

- Значение по умолчанию = Годовая процентная ставка
- Шаг 0,1%
- Автоматическая корректировка при изменении процентной ставки

4.5. Результаты

- **Ставка изъятия (год.)**: Фактическая ставка изъятия в %
- **Устойчивая ставка (год.)**: Процентная ставка для постоянного капитала
- **Начальный капитал**: Стартовый капитал
- **Капитал через n лет**: Конечный капитал после выбранного срока
- **Таблица динамики**: Ежегодное представление капитала, дохода, изъятия

5. Динамическая рента

5.1. Основы

Динамические ренты — это серии платежей с изменяющимися суммами. Инструмент поддерживает два типа роста.

5.2. Типы роста

5.2.1. Геометрический рост

Платёж растёт с постоянным темпом роста d:

$$r_t = r_0 \cdot (1+d)^t \tag{16}$$

Формула будущей стоимости (постнумерандо, $i \neq d$):

$$R_n = r_0 \cdot \frac{(1+i)^n - (1+d)^n}{i-d} \tag{17}$$

Частный случай $i = d$:

$$R_n = r_0 \cdot n \cdot (1+i)^{n-1} \tag{18}$$

Формула приведённой стоимости (постнумерандо, $i \neq d$):

$$R_0 = r_0 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1+d}{1+i}\right)^n}{i-d} \tag{19}$$

5.2.2. Арифметический рост

Платёж растёт на постоянную величину Δr:

$$r_t = r_0 + t \cdot \Delta r \tag{20}$$

Для арифметического роста расчёт выполняется итеративно:

$$R_n = \sum_{j=1}^{n} (r_0 + j \cdot \Delta r) \cdot (1+i)^{n-j} \tag{21}$$

5.3. Приведённая стоимость с расширенным дисконтированием

Аналогично обычному расчёту приведённой стоимости ренты доступны следующие методы дисконтирования:

1. **Постоянная (как выше)**: Использует ставку из базовых параметров
2. **Постоянная (отдельное значение)**: Собственная ставка дисконтирования
3. **Нулевая кривая (CSV)**
4. **Нулевая кривая (вручную)**
5. **Пример кривой доходности** (EUR, USD, CHF или типичная, см. раздел 3.7)

Дополнительно можно указать **момент оценки** (годы + месяцы).

5.4. Входные параметры

Параметр	Описание	Пример
Начальный платёж	Первый платёж	1 000 €
Процентная ставка	Процент	5% годовых
Тип роста	Вид роста	Геометрический / Арифметический
Темп роста	При геометрическом	2%
Постоянный прирост	При арифметическом	50 €
Срок	Количество лет	10 лет
Периодичность	Частота	Ежегодно / Ежемесячно
Режим расчёта	Целевой показатель	Будущая / Приведённая стоимость

Таблица 3: Входные параметры: динамическая рента

5.5. Результаты

- **Будущая/Приведённая стоимость**: В зависимости от выбранного режима
- **Сумма платежей**: Сумма всех платежей (номинал)
- **Процентный доход / Дисконт**: Разница с общей стоимостью
- **Детальная таблица**:
  - При будущей стоимости: Момент платежа, платёж, капитал, проценты
  - При приведённой стоимости: Момент платежа, платёж, (нулевая ставка), приведённая стоимость, накопленный итог

6. CSV-экспорт

6.1. Принцип работы

После каждого расчёта появляется кнопка **«CSV Export»**, которая экспортирует результаты.

6.2. Экспортируемые данные

1. **Детальная таблица**: Все строки и столбцы таблицы результатов
2. **Сводка**: Три основных результата из карточек результатов

6.3. Формат файла

- Формат: CSV (значения, разделённые запятыми)
- Разделитель: Точка с запятой (;)
- Кодировка: UTF-8 с BOM

- Десятичный разделитель: Точка (.)
- Имя файла: `rentenrechner_[тип]_[дата].csv`

6.4. Совместимость с Excel

Файлы оптимизированы для:

- Microsoft Excel
- LibreOffice Calc
- Google Sheets

7. Технические сведения

7.1. Реализация

- **Технология**: Автономный HTML со встроенным JavaScript и CSS
- **Совместимость с браузерами**: Все современные браузеры (Chrome, Firefox, Safari, Edge)
- **Офлайн-режим**: Полностью работает без интернета
- **Адаптивный дизайн**: Работает на компьютере, планшете и мобильных устройствах

7.2. Точность расчётов

- Использование встроенной арифметики JavaScript (IEEE 754 двойная точность)
- Округление до 2 знаков после запятой для денежных сумм
- Линейная интерполяция для нулевых кривых доходности
- Итеративный расчёт при арифметическом росте

7.3. Интерфейс пользователя

- **Вкладки**: Четыре основных раздела (Будущая стоимость, Приведённая стоимость, Бессрочная рента, Динамическая)
- **Дизайн с градиентом**: Современный вид в фиолетово-лиловых тонах
- **Информационные блоки**: Контекстная помощь и пояснения
- **Проверка в реальном времени**: Мгновенная обратная связь при вводе

8. Примеры применения

8.1. Пример 1: Пенсионные накопления

Задача: Какой капитал накопится за 30 лет при ежемесячных взносах по 500 €?

Входные данные:

- Вкладка: Будущая стоимость ренты
- Платёж: 500 €
- Процентная ставка: 4% годовых
- Срок: 30 лет
- Периодичность: Ежемесячно
- Способ оплаты: Постнумерандо

Результат: Будущая стоимость ок. 347 850 €

8.2. Пример 2: Изъятие капитала

Задача: Накоплено 500 000 €. Сколько можно изымать ежегодно при 3% на 25 лет?

Входные данные:

- Вкладка: Приведённая стоимость ренты
- Приведённая стоимость: 500 000 € (обратный расчёт)
- Процентная ставка: 3% годовых
- Срок: 25 лет
- Периодичность: Ежегодно

Альтернатива: Бессрочная рента для устойчивого изъятия без снижения капитала.

8.3. Пример 4: Приведённая стоимость по бескупонным кривым

Задача: Какова сегодняшняя стоимость ренты 1 000 € в год на 10 лет (постнумерандо) при дисконтировании по разным кривым доходности?

Входные данные: вкладка «Приведённая стоимость ренты», платёж 1 000 €, срок 10 лет, ежегодно, постнумерандо, момент оценки 0, метод дисконтирования «Пример кривой доходности».

Чем выше уровень ставок, тем ниже приведённая стоимость. Проверка для последнего платежа (EUR): $1000 \cdot 1{,}037064^{-10} = 694{,}94$ €.

Кривая	Ставка 10 лет	ПС последнего платежа	ПС ренты
EUR	3,71 %	694,94 €	8 286,27 €
USD	5,20 %	602,57 €	7 698,26 €
CHF	2,19 %	805,04 €	8 948,27 €
Типичная	4,00 %	675,56 €	8 251,68 €

Таблица 4: Приведённая стоимость ренты по кривым доходности

8.4. Пример 3: Динамическая рента с учётом инфляции

Задача: Пенсионные накопления с ежегодно растущими платежами (защита от инфляции).

Входные данные:

- Вкладка: Динамическая рента
- Начальный платёж: 1 000 €
- Процентная ставка: 5% годовых
- Тип роста: Геометрический
- Темп роста: 2%
- Срок: 20 лет
- Режим расчёта: Будущая стоимость

9. Литература и источники

Математические основы базируются на стандартных учебниках по финансовой математике:

- Tietze, J. (2015): *Einführung in die Finanzmathematik*. Springer Spektrum.
- Luderer, B., Nollau, V., Vetters, K. (2015): *Mathematische Formeln für Wirtschaftswissenschaftler*. Springer Gabler.
- Kruschwitz, L. (2014): *Finanzmathematik*. De Gruyter Oldenbourg.

10. Глоссарий

Наращение Начисление процентов; расчёт будущей стоимости

Приведённая стоимость Дисконтированная стоимость будущих платежей на текущий момент

Дисконтирование Приведение к текущей стоимости; расчёт сегодняшней стоимости

Эффективная ставка Фактическая процентная ставка с учётом периода начисления

Бессрочная рента Бесконечная серия платежей

Постнумерандо Платёж в конце периода

Номинальная ставка Указанная процентная ставка без учёта периода начисления

Рента Регулярная серия платежей

Пренумерандо Платёж в начале периода

Нулевая ставка Ставка для определённого срока из кривой доходности

Сложные проценты Начисление процентов на накопленные проценты