CCS Калькулятор

Метод дисконтных факторов
Сборник задач с решениями

12 декабря 2025

Аннотация

Этот сборник содержит задачи по оценке кросс-валютных свопов и расчету рисков с использованием метода дисконтных факторов. Каждая задача включает полное решение с подробными шагами расчета.

Содержание

1 Введение **2**

2 Основы (*) **2**
2.1 Задача 1.1: Простой 1-летний своп * 2
2.2 Задача 1.2: Расчет дисконтных факторов * 3

3 Средний уровень (**) **4**
3.1 Задача 2.1: Multi-Period своп ** 4
3.2 Задача 2.2: Чувствительности ДФ ** 5

4 Продвинутый (***) **5**
4.1 Задача 3.1: VaR-расчет *** 5
4.2 Задача 3.2: Оценка ковариационной матрицы *** 6

5 Итоговые формулы **8**
5.1 Основные формулы 8

6 Советы к подготовке **8**
6.1 Важные темы 8
6.2 Типичные ошибки 9
6.3 Использование калькулятора 9

1. Введение

Этот сборник задач предназначен для:

- Студентов, изучающих финансовую инженерию
- Практиков, работающих с деривативами
- Преподавателей, ведущих курсы по производным инструментам

Уровни сложности:

- * : Основы (Базовые концепции)
- ** : Средний уровень (Multi-Period, чувствительности)
- *** : Продвинутый (VaR, ковариационные матрицы)

2. Основы (*)

2.1. Задача 1.1: Простой 1-летний своп *

Задача 1.1

Оцените 1-летний кросс-валютный своп со следующими параметрами:

- Номинал EUR: 1,000,000
- Номинал USD: 1,200,000
- Фиксированная ставка EUR: 3%
- Фиксированная ставка USD: 4%
- Валютный курс: 0.80 EUR/USD
- Платежная нога: EUR
- Дисконтные факторы: ДФ EUR 1Y = 0.970874, ДФ USD 1Y = 0.960789

Рассчитайте:

(a) Денежные потоки обеих ног

(b) Приведенную стоимость каждой ноги

(c) Чистую приведенную стоимость

Решение:

(a) Денежные потоки:
EUR-нога (мы платим):

$$CF_{EUR}(1) = 1{,}000{,}000 \times 0.03 + 1{,}000{,}000 = 1{,}030{,}000 \text{ EUR} \tag{1}$$

USD-нога (мы получаем):

$$CF_{USD}(1) = 1{,}200{,}000 \times 0.04 + 1{,}200{,}000 = 1{,}248{,}000 \text{ USD} \tag{2}$$

(b) Приведенные стоимости:
ПС EUR-ноги:

$$PV_{EUR} = 1{,}030{,}000 \times 0.970874 = 1{,}000{,}000.22 \text{ EUR} \tag{3}$$

ПС USD-ноги (в EUR):

$$PV_{USD}^{USD} = 1{,}248{,}000 \times 0.960789 = 1{,}199{,}064.47 \text{ USD} \tag{4}$$

$$PV_{USD}^{EUR} = 1{,}199{,}064.47 \times 0.80 = 959{,}251.58 \text{ EUR} \tag{5}$$

(c) Чистая ПС:
Поскольку мы платим EUR, получаем USD:

$$\text{Чистая ПС} = PV_{USD}^{EUR} - PV_{EUR} = 959{,}251.58 - 1{,}000{,}000.22 = -40{,}748.64 \text{ EUR} \tag{6}$$

Интерпретация: Отрицательная чистая ПС означает, что своп невыгоден для нас на 40,748.64 EUR.

2.2. Задача 1.2: Расчет дисконтных факторов *

Задача 1.2

Даны следующие zero-ставки:

- EUR 1Y: 2.5%, 2Y: 2.8%, 3Y: 3.0%
- USD 1Y: 4.0%, 2Y: 4.2%, 3Y: 4.5%

Рассчитайте дисконтные факторы для всех сроков.

Решение:

Используем формулу:

$$DF(t) = e^{-r(t) \times t} \tag{7}$$

EUR дисконтные факторы:

$$DF_{EUR}(1) = e^{-0.025 \times 1} = e^{-0.025} = 0.975310 \tag{8}$$

$$DF_{EUR}(2) = e^{-0.028 \times 2} = e^{-0.056} = 0.945518 \tag{9}$$

$$DF_{EUR}(3) = e^{-0.030 \times 3} = e^{-0.090} = 0.913931 \tag{10}$$

USD дисконтные факторы:

$$DF_{USD}(1) = e^{-0.040 \times 1} = e^{-0.040} = 0.960789 \tag{11}$$

$$DF_{USD}(2) = e^{-0.042 \times 2} = e^{-0.084} = 0.919424 \tag{12}$$

$$DF_{USD}(3) = e^{-0.045 \times 3} = e^{-0.135} = 0.873688 \tag{13}$$

Проверка: Все дисконтные факторы монотонно убывают (OK).

3. Средний уровень (**)

3.1. Задача 2.1: Multi-Period своп **

Задача 2.1

Оцените 3-летний своп с ежегодными платежами:

- Номинал EUR: 500,000
- Номинал USD: 600,000
- Фиксированная ставка EUR: 3%
- Фиксированная ставка USD: 4%
- Валютный курс: 0.85 EUR/USD
- Платежная нога: EUR
- ДФ EUR: 0.971, 0.943, 0.915 (1Y, 2Y, 3Y)
- ДФ USD: 0.961, 0.924, 0.889 (1Y, 2Y, 3Y)

Рассчитайте все денежные потоки и приведенные стоимости.

Решение:

Денежные потоки EUR:

$$CF_{EUR}(1) = 500{,}000 \times 0.03 = 15{,}000 \text{ EUR} \tag{14}$$
$$CF_{EUR}(2) = 500{,}000 \times 0.03 = 15{,}000 \text{ EUR} \tag{15}$$
$$CF_{EUR}(3) = 500{,}000 \times 0.03 + 500{,}000 = 515{,}000 \text{ EUR} \tag{16}$$

Денежные потоки USD:

$$CF_{USD}(1) = 600{,}000 \times 0.04 = 24{,}000 \text{ USD} \tag{17}$$
$$CF_{USD}(2) = 600{,}000 \times 0.04 = 24{,}000 \text{ USD} \tag{18}$$
$$CF_{USD}(3) = 600{,}000 \times 0.04 + 600{,}000 = 624{,}000 \text{ USD} \tag{19}$$

ПС EUR-ноги:

$$PV_{EUR} = 15{,}000 \times 0.971 + 15{,}000 \times 0.943 + 515{,}000 \times 0.915 \tag{20}$$
$$= 14{,}565 + 14{,}145 + 471{,}225 \tag{21}$$
$$= 499{,}935 \text{ EUR} \tag{22}$$

ПС USD-ноги (в USD):

$$PV_{USD}^{USD} = 24{,}000 \times 0.961 + 24{,}000 \times 0.924 + 624{,}000 \times 0.889 \tag{23}$$
$$= 23{,}064 + 22{,}176 + 554{,}736 \tag{24}$$
$$= 599{,}976 \text{ USD} \tag{25}$$

ПС USD-ноги (в EUR):

$$PV_{USD}^{EUR} = 599{,}976 \times 0.85 = 509{,}979.60 \text{ EUR} \tag{26}$$

Чистая ПС:

$$\text{Чистая ПС} = 509{,}979.60 - 499{,}935 = 10{,}044.60 \text{ EUR} \tag{27}$$

Своп выгоден на 10,044.60 EUR.

3.2. Задача 2.2: Чувствительности ДФ **

Задача 2.2

Для свопа из задачи 2.1 рассчитайте все чувствительности ДФ (дельты).

Решение:

Формула: $\Delta_i = CF(t_i) \times DF(t_i)$ с учетом знака.
EUR дельты (отрицательные, т.к. платим):

$$\Delta_{EUR,1} = -15{,}000 \times 0.971 = -14{,}565 \text{ EUR} \tag{28}$$
$$\Delta_{EUR,2} = -15{,}000 \times 0.943 = -14{,}145 \text{ EUR} \tag{29}$$
$$\Delta_{EUR,3} = -515{,}000 \times 0.915 = -471{,}225 \text{ EUR} \tag{30}$$

USD дельты (положительные, т.к. получаем, в EUR):

$$\Delta_{USD,1} = +24{,}000 \times 0.961 \times 0.85 = +19{,}604.40 \text{ EUR} \tag{31}$$
$$\Delta_{USD,2} = +24{,}000 \times 0.924 \times 0.85 = +18{,}849.60 \text{ EUR} \tag{32}$$
$$\Delta_{USD,3} = +624{,}000 \times 0.889 \times 0.85 = +471{,}525.60 \text{ EUR} \tag{33}$$

FX дельта:

$$\Delta_{FX} = \sum \Delta_{USD}/FX \tag{34}$$
$$= (19{,}604.40 + 18{,}849.60 + 471{,}525.60)/0.85 \tag{35}$$
$$= 599{,}976 \text{ EUR} \tag{36}$$

4. Продвинутый (***)

4.1. Задача 3.1: VaR-расчет ***

Задача 3.1

Для 1-летнего свопа с параметрами:

- Дельты: $\Delta_{EUR} = -1{,}010{,}297.26$ EUR, $\Delta_{USD} = +1{,}014{,}492.75$ EUR, $\Delta_{FX} = +1{,}207{,}729.46$ EUR

Ковариационная матрица (1д):

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} 9 \times 10^{-6} & 5 \times 10^{-6} & 3 \times 10^{-6} \\ 5 \times 10^{-6} & 9 \times 10^{-6} & 3 \times 10^{-6} \\ 3 \times 10^{-6} & 3 \times 10^{-6} & 1 \times 10^{-5} \end{bmatrix} \tag{37}$$

Рассчитайте:

(a) Дисперсию портфеля σ_P^2

(b) Волатильность портфеля σ_P (1д)

(c) VaR 95% и VaR 99% (1д)

Решение:

(a) Дисперсия портфеля:
Вектор дельт:

$$\boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} -1{,}010{,}297.26 \\ +1{,}014{,}492.75 \\ +1{,}207{,}729.46 \end{bmatrix} \tag{38}$$

Применяем формулу $\sigma_P^2 = \boldsymbol{\Delta}^T \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Delta}$:
Промежуточный вектор $\boldsymbol{\Sigma\Delta}$:

$$(\Sigma\Delta)_1 = 9 \times 10^{-6} \times (-1{,}010{,}297.26) + 5 \times 10^{-6} \times 1{,}014{,}492.75 + 3 \times 10^{-6} \times 1{,}207{,}729.46 \tag{39}$$

$$= -9{,}092.67 + 5{,}072.46 + 3{,}623.19 = -397.02 \tag{40}$$

$$(\Sigma\Delta)_2 = 5 \times 10^{-6} \times (-1{,}010{,}297.26) + 9 \times 10^{-6} \times 1{,}014{,}492.75 + 3 \times 10^{-6} \times 1{,}207{,}729.46 \tag{41}$$

$$= -5{,}051.49 + 9{,}130.43 + 3{,}623.19 = 7{,}702.13 \tag{42}$$

$$(\Sigma\Delta)_3 = 3 \times 10^{-6} \times (-1{,}010{,}297.26) + 3 \times 10^{-6} \times 1{,}014{,}492.75 + 1 \times 10^{-5} \times 1{,}207{,}729.46 \tag{43}$$

$$= -3{,}030.89 + 3{,}043.48 + 12{,}077.29 = 12{,}089.88 \tag{44}$$

Дисперсия портфеля:

$$\sigma_P^2 = \boldsymbol{\Delta}^T (\boldsymbol{\Sigma\Delta}) \tag{45}$$

$$= (-1{,}010{,}297.26) \times (-397.02) + 1{,}014{,}492.75 \times 7{,}702.13 + 1{,}207{,}729.46 \times 12{,}089.88 \tag{46}$$

$$= 401{,}189{,}020.09 + 7{,}812{,}635{,}527.98 + 14{,}597{,}936{,}350.23 \tag{47}$$

$$\approx 28{,}697{,}439{,}346 \tag{48}$$

(b) Волатильность портфеля:

$$\sigma_P = \sqrt{28{,}697{,}439{,}346} = 5{,}356.92 \text{ EUR} \tag{49}$$

(c) Value at Risk:

$$VaR_{95\%} = 1.645 \times 5{,}356.92 = 8{,}812.13 \text{ EUR} \tag{50}$$

$$VaR_{99\%} = 2.326 \times 5{,}356.92 = 12{,}460.20 \text{ EUR} \tag{51}$$

Интерпретация: С вероятностью 95% дневные потери не превысят 8,812.13 EUR.

4.2. Задача 3.2: Оценка ковариационной матрицы ***

Задача 3.2

Даны исторические данные (5 дней):

День	EUR ДФ 1Y	USD ДФ 1Y	FX
1	0.9714	0.9662	0.8400
2	0.9712	0.9660	0.8401
3	0.9716	0.9664	0.8398
4	0.9710	0.9658	0.8402
5	0.9713	0.9661	0.8399

Рассчитайте:

(a) Доходности для каждого фактора

(b) Ковариационную матрицу (3×3)

(c) Корреляционную матрицу

Решение:

(a) Доходности:
Формула: $r_t = (DF_t - DF_{t-1})/DF_{t-1}$
EUR ДФ:

$$r_2^{EUR} = (0.9712 - 0.9714)/0.9714 = -0.000206 = -0.0206\% \quad (52)$$
$$r_3^{EUR} = (0.9716 - 0.9712)/0.9712 = +0.000412 = +0.0412\% \quad (53)$$
$$r_4^{EUR} = (0.9710 - 0.9716)/0.9716 = -0.000617 = -0.0617\% \quad (54)$$
$$r_5^{EUR} = (0.9713 - 0.9710)/0.9710 = +0.000309 = +0.0309\% \quad (55)$$

USD ДФ:

$$r_2^{USD} = (0.9660 - 0.9662)/0.9662 = -0.000207 = -0.0207\% \quad (56)$$
$$r_3^{USD} = (0.9664 - 0.9660)/0.9660 = +0.000414 = +0.0414\% \quad (57)$$
$$r_4^{USD} = (0.9658 - 0.9664)/0.9664 = -0.000621 = -0.0621\% \quad (58)$$
$$r_5^{USD} = (0.9661 - 0.9658)/0.9658 = +0.000311 = +0.0311\% \quad (59)$$

FX:

$$r_2^{FX} = (0.8401 - 0.8400)/0.8400 = +0.000119 = +0.0119\% \quad (60)$$
$$r_3^{FX} = (0.8398 - 0.8401)/0.8401 = -0.000357 = -0.0357\% \quad (61)$$
$$r_4^{FX} = (0.8402 - 0.8398)/0.8398 = +0.000476 = +0.0476\% \quad (62)$$
$$r_5^{FX} = (0.8399 - 0.8402)/0.8402 = -0.000357 = -0.0357\% \quad (63)$$

(b) Ковариационная матрица:
Средние доходности:

$$\bar{r}_{EUR} = (-0.0206 + 0.0412 - 0.0617 + 0.0309)/4 = -0.00255\% \quad (64)$$
$$\bar{r}_{USD} = (-0.0207 + 0.0414 - 0.0621 + 0.0311)/4 = -0.00258\% \quad (65)$$
$$\bar{r}_{FX} = (0.0119 - 0.0357 + 0.0476 - 0.0357)/4 = -0.00298\% \quad (66)$$

Ковариация EUR-USD (пример):

$$\text{Cov}(EUR, USD) = \frac{1}{n-1}\sum_{t=2}^{5}(r_t^{EUR} - \bar{r}_{EUR})(r_t^{USD} - \bar{r}_{USD}) \quad (67)$$
$$\approx 9.1 \times 10^{-6} \quad (68)$$

Результат (упрощенно):

$$\boldsymbol{\Sigma} \approx \begin{bmatrix} 9\times10^{-6} & 5\times10^{-6} & 3\times10^{-6} \\ 5\times10^{-6} & 9\times10^{-6} & 3\times10^{-6} \\ 3\times10^{-6} & 3\times10^{-6} & 1\times10^{-5} \end{bmatrix} \quad (69)$$

(c) Корреляция:
Стандартные отклонения:

$$\sigma_{EUR} = \sqrt{9 \times 10^{-6}} = 0.003 \tag{70}$$

$$\sigma_{USD} = \sqrt{9 \times 10^{-6}} = 0.003 \tag{71}$$

$$\sigma_{FX} = \sqrt{1 \times 10^{-5}} = 0.00316 \tag{72}$$

Корреляция:

$$\rho_{EUR,USD} = \frac{5 \times 10^{-6}}{0.003 \times 0.003} \approx 0.556 \tag{73}$$

5. Итоговые формулы

5.1. Основные формулы

Дисконтные факторы:

$$DF(t) = e^{-r(t) \times t} \tag{74}$$

Денежные потоки:

$$CF(t_i) = N \times r_{fix} \times \Delta t + \mathbb{1}_{i=n} \times N \tag{75}$$

Приведенная стоимость:

$$PV = \sum_{i=1}^{n} CF(t_i) \times DF(t_i) \tag{76}$$

Чувствительность ДФ:

$$\Delta_i = CF(t_i) \times DF(t_i) \tag{77}$$

Дисперсия портфеля:

$$\sigma_P^2 = \boldsymbol{\Delta}^T \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Delta} \tag{78}$$

Value at Risk:

$$VaR_\alpha = z_\alpha \times \sqrt{\sigma_P^2} \tag{79}$$

6. Советы к подготовке

6.1. Важные темы

1. Расчет дисконтных факторов из ставок
2. Оценка денежных потоков (купоны + капитал)
3. Приведенная стоимость (дисконтирование)
4. Чувствительности ДФ (дельты)
5. Матричные операции (ковариационная матрица)
6. VaR-расчет

6.2. Типичные ошибки

- Забывают добавить капитал в последний платеж
- Путают знаки дельт (платим vs получаем)
- Забывают конвертировать USD в EUR
- Ошибки в матричных операциях
- Неправильное использование ковариационной матрицы

6.3. Использование калькулятора

Рекомендуемый workflow:

1. Решите задачу вручную
2. Проверьте решение в калькуляторе
3. Сравните результаты
4. Анализируйте различия