FX VaR Калькулятор

Практические задания с решениями

Для студентов финансов и риск-менеджмента

Введение

Данные практические задания разработаны для углубления понимания расчёта Value-at-Risk (VaR) для валютных портфелей. Задания охватывают все методы, реализованные в FX VaR калькуляторе.

Задание 1: Ковариационный метод (основы)

Условие задачи

Компания держит позицию в USD стоимостью 1.000.000 UZS. Дневная волатильность курса USD/UZS составляет 1,2%.

Рассчитайте:

a) 1-дневный VaR при 95% доверительном уровне
b) 1-дневный VaR при 99% доверительном уровне
c) 10-дневный VaR при 99% (стандарт Базеля)

Решение

Формула: $VaR = V \times \sigma \times z \times \sqrt{T}$

Дано: V = 1.000.000 UZS, σ = 1,2% = 0,012

Значения z: $z_{95}\% = 1{,}645$; $z_{99}\% = 2{,}326$

а) $VaR_{95}\%,1д = 1.000.000 \times 0{,}012 \times 1{,}645 \times \sqrt{1} =$ **19.740 UZS**

б) $VaR_{99}\%,1д = 1.000.000 \times 0{,}012 \times 2{,}326 \times \sqrt{1} =$ **27.912 UZS**

в) $VaR_{99}\%,10д = 1.000.000 \times 0{,}012 \times 2{,}326 \times \sqrt{10} =$ **88.278 UZS**

Задание 2: Портфельный VaR с корреляцией

Условие задачи

Портфель состоит из двух позиций:

Позиция	Стоимость (UZS)	Волатильность
USD/UZS	500.000	1,0%
EUR/UZS	300.000	1,5%

Корреляция между USD и EUR составляет ρ = 0,7.

Рассчитайте:

d) Индивидуальный VaR_{99}% каждой позиции (1 день)
e) Недиверсифицированный портфельный VaR
f) Диверсифицированный портфельный VaR
g) Эффект диверсификации в процентах

Решение

а) Индивидуальные значения VaR:

VaR_USD = 500.000 × 0,01 × 2,326 = **11.630 UZS**

VaR_EUR = 300.000 × 0,015 × 2,326 = **10.467 UZS**

б) Недиверсифицированный VaR:

VaR_недив = 11.630 + 10.467 = **22.097 UZS**

в) Диверсифицированный VaR:

$VaR_{див} = \sqrt{(VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2 \times \rho \times VaR_1 \times VaR_2)}$

$VaR_{див} = \sqrt{(11.630^2 + 10.467^2 + 2 \times 0{,}7 \times 11.630 \times 10.467)}$

$VaR_{див} = \sqrt{(135.257.000 + 109.558.000 + 170.529.000)}$ = **20.380 UZS**

г) Эффект диверсификации:

Эффект = (22.097 - 20.380) / 22.097 = **7,77%**

Задание 3: Историческое моделирование

Условие задачи

Даны следующие исторические дневные доходности курса USD/UZS (в %):

-2,1; -1,8; -1,5; -1,2; -0,9; -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 0,9; 1,2; 1,5; 1,8; 2,1; 2,4; -0,4; 0,8; -1,0; 1,1

Текущая стоимость позиции составляет 2.000.000 UZS.

Рассчитайте:

h) Отсортированные доходности
i) VaR_{95}% методом исторического моделирования
j) Expected Shortfall (CVaR) при 95%

Решение

а) Отсортированные доходности (по возрастанию):

-2,1; -1,8; -1,5; -1,2; -1,0; -0,9; -0,6; -0,4; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 0,8; 0,9; 1,1; 1,2; 1,5; 1,8; 2,1; 2,4

б) VaR_{95}% (Историческое моделирование):

При 20 наблюдениях и 95% доверии: 5% × 20 = 1-е наблюдение

Худшая доходность: -2,1%

VaR_{95}% = 2.000.000 × 0,021 = **42.000 UZS**

в) Expected Shortfall ($CVaR_{95}$%):

ES = Среднее всех убытков, превышающих VaR

При 95% ДУ: Среднее худших 5% = только -2,1% (1 наблюдение)

ES_{95}% = 2.000.000 × 0,021 = **42.000 UZS**

Задание 4: Метод Монте-Карло (концептуально)

Условие задачи

Опишите этапы симуляции Монте-Карло для расчёта VaR одновалютного портфеля со следующими параметрами:

k) Стоимость позиции: 5.000.000 UZS
l) Ожидаемая дневная доходность (μ): 0,01%
m) Дневная волатильность (σ): 0,8%
n) Количество симуляций: 10.000

Решение

Шаг 1: Генерация случайных чисел

Сгенерировать 10.000 стандартно нормально распределённых случайных чисел ε ~ N(0,1)

Шаг 2: Симуляция доходностей

r_i = μ + σ × ε_i = 0,0001 + 0,008 × ε_i

Шаг 3: Расчёт стоимостей портфеля

V_i = V_0 × (1 + r_i) = 5.000.000 × (1 + r_i)

Шаг 4: Сортировка и определение процентиля

Отсортировать все V_i по возрастанию. VaR_{99}% = V_0 - V_{100} (100-е наименьшее значение)

Ожидаемый VaR_{99}%:

VaR ≈ 5.000.000 × 0,008 × 2,326 = **93.040 UZS**

Задание 5: Масштабирование и период удержания

Условие задачи

1-дневный $VaR_{99}\%$ портфеля составляет 50.000 UZS.

Рассчитайте:

o) 5-дневный $VaR_{99}\%$
p) 10-дневный $VaR_{99}\%$ (стандарт Базеля)
q) 21-дневный $VaR_{99}\%$ (прибл. 1 торговый месяц)
r) Объясните предположение, лежащее в основе правила √T

Решение

Формула: $VaR_T = VaR_1 \times \sqrt{T}$

а) $VaR_{5д} = 50.000 \times \sqrt{5} = 50.000 \times 2,236 =$ **111.803 UZS**

б) $VaR_{10д} = 50.000 \times \sqrt{10} = 50.000 \times 3,162 =$ **158.114 UZS**

в) $VaR_{21д} = 50.000 \times \sqrt{21} = 50.000 \times 4,583 =$ **229.129 UZS**

г) Предположение правила √T:

Правило √T основано на предположении, что дневные доходности независимы и одинаково распределены (i.i.d.). В этом случае дисперсии складываются линейно ($\sigma^2_T = T \times \sigma^2_1$), откуда для стандартного отклонения следует $\sigma_T = \sigma_1 \times \sqrt{T}$.

Сводка формул

Метод	Формула
Ковариационный	$VaR = V \times \sigma \times z \times \sqrt{T}$
Портфельный VaR	$VaR_p = \sqrt{(\Sigma_i \Sigma_j VaR_i \times VaR_j \times \rho_{ij})}$
Масштабирование	$VaR_T = VaR_1 \times \sqrt{T}$
Expected Shortfall	$ES = E[L \mid L > VaR]$

Значения z для различных доверительных уровней:

- 90%: z = 1,282
- 95%: z = 1,645
- 99%: z = 2,326
- 99,5%: z = 2,576

— Конец практических заданий —