Сборник упражнений

Калькулятор золотого свопа

Упражнения для студентов

Русский

Вольфганг Бёме

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

25 октября 2026 г.

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение **2**
- 1.1 Уровни сложности . . . 2
- 1.2 Затраты времени . . . 2

2 Часть A: Вопросы на понимание **3**
- 2.1 Задание A.1: Основные понятия *(Лёгкий)* . . . 3
- 2.2 Задание A.2: Формулы оценки *(Средний)* . . . 3
- 2.3 Задание A.3: Чувствительности *(Средний)* . . . 3
- 2.4 Задание A.4: Концепция VaR *(Средний)* . . . 4
- 2.5 Задание A.5: Ковариационная матрица *(Сложный)* . . . 4

3 Часть B: Расчётные задачи **5**
- 3.1 Задание B.1: Расчёт дисконт-факторов *(Лёгкий)* . . . 5
- 3.2 Задание B.2: Расчёт денежных потоков *(Лёгкий)* . . . 5
- 3.3 Задание B.3: Полная оценка *(Средний)* . . . 5
- 3.4 Задание B.4: Расчёт чувствительностей *(Средний)* . . . 6
- 3.5 Задание B.5: Дисперсия портфеля *(Сложный)* . . . 6
- 3.6 Задание B.6: Масштабирование VaR *(Средний)* . . . 7

4 Часть C: Упражнения с калькулятором **8**
- 4.1 Задание C.1: Базовая работа *(Лёгкий)* . . . 8
- 4.2 Задание C.2: Сравнение направлений *(Лёгкий)* . . . 8
- 4.3 Задание C.3: Анализ чувствительностей *(Средний)* . . . 9
- 4.4 Задание C.4: Анализ драйверов VaR *(Средний)* . . . 9
- 4.5 Задание C.5: Длина временного ряда *(Сложный)* . . . 9
- 4.6 Задание C.6: Стресс-сценарий *(Сложный)* . . . 10

5 Часть D: Кейсы **11**
- 5.1 Кейс D.1: Решение о хеджировании *(Средний)* . . . 11
- 5.2 Кейс D.2: Оптимизация портфеля *(Сложный)* . . . 11
- 5.3 Кейс D.3: Регуляторные требования *(Сложный)* . . . 12
- 5.4 Кейс D.4: Валютная ликвидность центрального банка *(Сложный)* . . . 12

6 Часть E: Вопросы для обсуждения **14**
- 6.1 Вопрос E.1: Модельный риск . . . 14
- 6.2 Вопрос E.2: Ставка лизинга и процентная ставка . . . 14
- 6.3 Вопрос E.3: Практические ограничения . . . 14
- 6.4 Вопрос E.4: Альтернативные методы . . . 14
- 6.5 Вопрос E.5: Деловой смысл . . . 14

Приложение: Образцы решений **15**
- Часть A: Вопросы на понимание – Решения . . . 15
- Часть B: Расчётные задачи – Решения . . . 19
- Часть C: Упражнения с калькулятором – Решения . . . 23
- Часть D: Кейсы – Решения . . . 26
- Часть E: Вопросы для обсуждения – Ответы . . . 33

7 Заключительные замечания **38**
- 7.1 Для студентов . . . 38
- 7.2 Для преподавателей . . . 38
- 7.3 Затраты времени . . . 38

1 Введение

Этот сборник упражнений сопровождает **документацию по золотому свопу** и **калькулятор золотого свопа**. Он содержит:

- **Часть A:** Вопросы на понимание (теория)
- **Часть B:** Расчётные задачи (вручную)
- **Часть C:** Упражнения с калькулятором (практика)
- **Часть D:** Кейсы (прикладные задачи)
- **Часть E:** Вопросы для обсуждения (критическое мышление)
- **Приложение:** Образцы решений

1.1 Уровни сложности

Задания обозначены следующим образом:

- **Лёгкий:** Базовые понятия и простые расчёты
- **Средний:** Более сложные расчёты и анализ
- **Сложный:** Продвинутые понятия и объёмные расчёты

1.2 Затраты времени

Ориентировочное время на весь сборник: **12–17 часов**

2 Часть A: Вопросы на понимание

2.1 Задание A.1: Основные понятия *(Лёгкий)*

a) Чем золотой своп отличается от стандартного процентного свопа (IRS)?

b) Почему для золотой ноги используются ставки лизинга (lease rates), а не процентные ставки?

c) Что означает направление «Pay EUR»?

d) Объясните разницу между $\mathrm{DF}(t)$ и $L(t)$.

2.2 Задание A.2: Формулы оценки *(Средний)*

a) Выведите формулу приведённой стоимости ноги EUR:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{EUR}} = \sum_i \mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(t_i) \times \mathrm{DF}_{\mathrm{EUR}}(t_i)$$

b) Почему золотая нога зависит от ДВУХ факторов риска (ставки лизинга И спот-цены золота)?

c) Что происходит с Net PV, если:

- растут бескупонные ставки EUR?
- растут ставки лизинга золота?
- растёт спот-цена золота?

2.3 Задание A.3: Чувствительности *(Средний)*

Дан золотой своп (Pay EUR) со следующими чувствительностями:

$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(1Y)} = -1\,000\,000 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(1Y)} = 1\,500\,000 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial S_{\mathrm{Gold}}} = 2\,500 \text{ oz}$$

a) Что означает отрицательная чувствительность к DF EUR?

b) Какой фактор риска имеет наибольшую экспозицию?

c) Как изменится PV, если:

- бескупонная ставка EUR (1Y) вырастет на 10 б. п.?

- ставка лизинга золота (1Y) снизится на 50 б. п.?
- спот-цена золота снизится на 50 EUR/oz?

Подсказка: используйте первую производную как приближение.

2.4 Задание A.4: Концепция VaR *(Средний)*

a) Объясните своими словами, что означает VaR (99%, 1d) = 250 000 EUR.

b) Почему VaR (99%, 10d) $\neq 10 \times$ VaR (99%, 1d)?

c) В чём разница между VaR и Expected Shortfall?

d) Назовите три ограничения параметрического метода VaR.

2.5 Задание A.5: Ковариационная матрица *(Сложный)*

a) Почему для ковариационной матрицы используют логарифмические доходности, а не абсолютные изменения?

b) Что означает отрицательная ковариация между двумя факторами риска?

c) Объясните, почему дисперсия портфеля НЕ равна просто сумме отдельных дисперсий.

d) Почему число наблюдений (251 против 3) критично для расчёта VaR?

3 Часть B: Расчётные задачи

3.1 Задание B.1: Расчёт дисконт-факторов *(Лёгкий)*

Дано:

- Бескупонная ставка EUR (6M) = 3,5%
- Бескупонная ставка EUR (1Y) = 4,0%

a) Рассчитайте $\mathrm{DF}(0{,}5Y)$ и $\mathrm{DF}(1{,}0Y)$.

b) Какова приведённая стоимость 100 000 EUR через 6 месяцев?

c) Какова приведённая стоимость 100 000 EUR через 1 год?

3.2 Задание B.2: Расчёт денежных потоков *(Лёгкий)*

Дан золотой своп:

- Номинал EUR: 2 000 000 EUR
- Номинал золота: 1 500 oz
- Фиксированная ставка EUR: 2,5% годовых
- Спот-цена золота: 1 400 EUR/oz
- Лизинг золота (6M): 0,8%
- Частота платежей: раз в полгода

a) Рассчитайте $\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(0{,}5Y)$.

b) Рассчитайте $\mathrm{CF}_{\mathrm{Gold}}(0{,}5Y)$.

c) Рассчитайте нетто-разницу денежных потоков в момент $t = 0{,}5Y$.

3.3 Задание B.3: Полная оценка *(Средний)*

Дан годовой золотой своп (Pay EUR):

- Номинал EUR: 3 000 000 EUR
- Номинал золота: 2 000 oz
- Фиксированная ставка EUR: 3,0% годовых
- Спот-цена золота: 1 500 EUR/oz
- Бескупонная ставка EUR (6M): 3,2%
- Бескупонная ставка EUR (1Y): 3,5%

- Лизинг золота (6M): 1,0%
- Лизинг золота (1Y): 0,8%
- Частота платежей: раз в полгода

a) Рассчитайте все денежные потоки (нога EUR и золотая нога).

b) Рассчитайте дисконт-факторы.

c) Рассчитайте $\mathrm{PV}_{\mathrm{EUR}}$, $\mathrm{PV}_{\mathrm{Gold}}$ и Net PV.

d) Интерпретируйте результат: своп «в деньгах» или «вне денег»?

3.4 Задание B.4: Расчёт чувствительностей *(Средний)*

Используйте данные задания B.3.

a) Рассчитайте $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(0{,}5Y)}$ и $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(1{,}0Y)}$.

b) Рассчитайте $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(0{,}5Y)}$ и $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(1{,}0Y)}$.

c) Рассчитайте $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial S_{\mathrm{Gold}}}$ (в oz).

d) Какой фактор риска доминирует в общем риске?

3.5 Задание B.5: Дисперсия портфеля *(Сложный)*

Дано:

Вектор чувствительностей:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} -50\,000 \\ -1\,000\,000 \\ 1\,200\,000 \\ 1\,100\,000 \\ 2\,000 \end{bmatrix}$$

Ковариационная матрица (только диагональ, все ковариации = 0 для упрощения):

$$\begin{aligned} \sigma^2(\mathrm{DF}\ 0{,}5Y) &= 1 \times 10^{-8} \\ \sigma^2(\mathrm{DF}\ 1{,}0Y) &= 4 \times 10^{-8} \\ \sigma^2(\mathrm{Lease}\ 0{,}5Y) &= 3 \times 10^{-3} \\ \sigma^2(\mathrm{Lease}\ 1{,}0Y) &= 4 \times 10^{-3} \\ \sigma^2(\mathrm{Gold}) &= 2 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

a) Рассчитайте дисперсию портфеля (только диагональные элементы).

b) Рассчитайте волатильность портфеля.

c) Рассчитайте VaR (99%, 1d) при $z = 2{,}326$.

d) Какой фактор риска вносит наибольший вклад в общую дисперсию?

3.6 Задание B.6: Масштабирование VaR *(Средний)*

Дано: VaR (99%, 1d) = 150 000 EUR

a) Рассчитайте VaR (99%, 10d) по правилу квадратного корня из времени.

b) Рассчитайте VaR (95%, 1d), если $z_{0,95} = 1{,}645$.

c) Чему равен Expected Shortfall при 99%, если доходности распределены нормально?

4 Часть C: Упражнения с калькулятором

4.1 Задание C.1: Базовая работа *(Лёгкий)*

Цель: освоить калькулятор

a) Загрузите файл `gold_swap_timeseries_251_tage.csv`.

- Сколько строк загружено?
- Какой период охватывают данные?
- Какова последняя спот-цена золота?

b) Введите следующие параметры свопа:

- Номинал EUR: 10 000 000
- Номинал золота: 5 000
- Фиксированная ставка EUR: 2,5%
- Срок: 1 год
- Направление: Pay EUR

c) Запишите:

- Net PV
- Все 5 чувствительностей
- VaR (99%, 1d)

4.2 Задание C.2: Сравнение направлений *(Лёгкий)*

Цель: понять влияние направления сделки

a) Рассчитайте своп с направлением «Pay EUR».

- Net PV = ?
- $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1Y)}$ = ?

b) Измените только направление на «Receive EUR».

- Net PV = ?
- $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1Y)}$ = ?

c) Что вы наблюдаете? Почему?

4.3 Задание C.3: Анализ чувствительностей *(Средний)*

Цель: понять факторы риска

Используйте стандартные параметры (как в документации).

a) Запишите базовые чувствительности.

b) Удвойте номинал EUR (до 10 млн).

- Как меняются чувствительности к DF EUR?
- Как меняются чувствительности к лизингу?
- Почему?

c) Удвойте номинал золота (до 6 000 oz).

- Как меняются чувствительности к лизингу?
- Как меняется чувствительность к спот-цене золота?
- Почему?

d) Какой фактор риска доминирует?

4.4 Задание C.4: Анализ драйверов VaR *(Средний)*

Цель: выявить основные риски

a) Рассчитайте стандартный своп и запишите VaR (99%, 1d).

b) Интерпретируйте: как изменился бы VaR, если бы чувствительности к лизингу были равны нулю?

c) Интерпретируйте: как изменился бы VaR, если бы чувствительности к DF были равны нулю?

d) Какой тип факторов риска доминирует в VaR?

4.5 Задание C.5: Длина временного ряда *(Сложный)*

Цель: понять влияние глубины истории данных

a) Используйте полный ряд из 251 дня.

- VaR (99%, 1d) = ?
- Волатильность портфеля = ?

b) Обсудите: что было бы при наличии только 50 дней?

c) Обсудите: что было бы при наличии только 10 дней?

d) Обсудите:

- Насколько стабилен VaR?
- Почему 250 наблюдений лучше, чем 10?
- Каков минимум для надёжных оценок?

4.6 Задание C.6: Стресс-сценарий *(Сложный)*

Цель: понять экстремальные риски

a) Рассчитайте VaR (99%, 1d) для стандартных параметров.

b) Смоделируйте сценарий «шок ставок лизинга»:

- Все ставки лизинга растут на 200 б. п. (2%)
- Что происходит с Net PV?
- Каков убыток/прибыль?

c) Смоделируйте сценарий «обвал золота»:

- Спот-цена золота падает на 30% (до ∼910 EUR/oz)
- Что происходит с Net PV?
- Каков убыток/прибыль?

d) Какой сценарий хуже? Почему?
Подсказка: используйте чувствительности как первое приближение.

5 Часть D: Кейсы

5.1 Кейс D.1: Решение о хеджировании *(Средний)*

Ситуация:

Золотодобывающая компания имеет действующий золотой своп (Receive EUR, Pay Gold):

- Номинал EUR: 5 000 000 EUR
- Номинал золота: 3 000 oz
- Остаточный срок: 1 год
- Текущий Net PV: +500 000 EUR (в деньгах)

Анализ VaR показывает:

- VaR (99%, 1d): 350 000 EUR
- Основной риск: волатильность ставок лизинга

Вопросы:

a) Что означает положительный Net PV для компании?

b) Команда риск-менеджмента предлагает хеджировать экспозицию к ставкам лизинга. Как это можно сделать?

c) Следует ли компании досрочно закрыть своп при положительном PV? Обсудите плюсы и минусы.

d) Какие маржинальные требования может выставить контрагент?

5.2 Кейс D.2: Оптимизация портфеля *(Сложный)*

Ситуация:

У банка портфель из 5 золотых свопов с разными параметрами:

Своп	Ном. EUR	Ном. золота	Net PV	VaR (99%, 1d)
A	5 млн	3 000 oz	−1,1 млн	350k
B	3 млн	2 000 oz	+0,5 млн	200k
C	10 млн	6 000 oz	−2,0 млн	700k
D	2 млн	1 500 oz	+0,2 млн	150k
E	8 млн	5 000 oz	−1,5 млн	600k

Вопросы:

a) Каков общий Net PV портфеля?

b) Равен ли VaR портфеля просто сумме отдельных VaR? Почему (нет)?

c) Предположим, что корреляция между свопами равна 0,7. Грубо оцените VaR портфеля.

d) Банк хочет снизить риск ставок лизинга. Какие свопы следует закрыть?

5.3 Кейс D.3: Регуляторные требования *(Сложный)*

Ситуация:

Хедж-фонд использует золотые свопы для торговли. Регуляторы требуют:

- VaR (99%, 10d) не должен превышать 5% собственного капитала
- Собственный капитал: 50 млн EUR

Текущий портфель:

- 10 золотых свопов с совокупным VaR (99%, 1d) = 1,2 млн EUR
- Средняя корреляция: 0,6

Вопросы:

a) Рассчитайте VaR (99%, 10d) по правилу квадратного корня из времени.

b) Соблюдается ли регуляторный лимит (5% от 50 млн = 2,5 млн)?

c) Если нет, на сколько нужно сократить позицию?

d) Какие есть альтернативы, кроме сокращения позиции?

5.4 Кейс D.4: Валютная ликвидность центрального банка *(Сложный)*

Ситуация:

Центральный банк развивающейся страны столкнулся с острым кризисом ликвидности:

- Золотые резервы: 50 тонн (текущая стоимость: $\sim$2,1 млрд EUR при 1 300 EUR/oz)
- Валютные резервы: очень низкие, осталось лишь 500 млн USD
- Требуется: 2 млрд USD на финансирование импорта и стабилизацию платёжного баланса
- Политическое ограничение: правительство запрещает продажу золотых резервов (национальный символ)
- Альтернатива: международный кредит под 5% годовых или программа МВФ (политически непопулярна)

Финансовый департамент центрального банка предлагает золотой своп:

- Контрагент: крупный международный банк
- Срок: 1 год

- Золото остаётся юридической собственностью центрального банка
- Ставка лизинга: 0,8% годовых
- Встречное исполнение: 2 млрд USD (соответствует $\sim$30 тоннам золота)

Вопросы:

a) Как механически работает этот золотой своп? Опишите денежные потоки при заключении и при погашении.

b) Сравните затраты:

- Золотой своп (ставка лизинга 0,8%)
- Кредит в USD (5,0% годовых)
- Продажа золота + обратный выкуп через 1 год

c) Какие риски возникают для центрального банка?

- Цена золота растёт на 20%?
- Цена золота падает на 20%?
- Меняется курс USD/EUR?
- Риск контрагента?

d) Почему этот золотой своп политически чувствителен?

- Как он отражается в балансе?
- Действительно ли золото всё ещё «на месте»?
- Что происходит при дефолте?
- Сравнение с программой МВФ

e) Исследуйте: какие страны за последние 10 лет использовали золотые свопы для привлечения валюты?

6 Часть E: Вопросы для обсуждения

6.1 Вопрос E.1: Модельный риск

a) Параметрический метод VaR предполагает нормальное распределение. Каковы последствия, если у доходностей «тяжёлые хвосты» (fat tails)?

b) Как можно количественно оценить или снизить модельный риск?

6.2 Вопрос E.2: Ставка лизинга и процентная ставка

a) Почему ставки лизинга золота обычно ниже бескупонных ставок EUR?

b) Что произойдёт, если ставки лизинга вдруг станут выше ставок EUR?

c) Есть ли исторические примеры экстремальных движений ставок лизинга?

6.3 Вопрос E.3: Практические ограничения

a) В документации используется 251 историческое наблюдение. Каковы плюсы и минусы большего/меньшего объёма данных?

b) Как часто следует обновлять ковариационную матрицу (ежедневно, еженедельно, ежемесячно)?

c) Что делать, если нет ликвидных котировок ставок лизинга?

6.4 Вопрос E.4: Альтернативные методы

a) Сравните параметрический VaR, историческое моделирование и Монте-Карло. Каковы плюсы и минусы?

b) Когда вы предпочли бы историческое моделирование?

c) Когда вы предпочли бы Монте-Карло?

6.5 Вопрос E.5: Деловой смысл

a) Зачем компании вообще заключать золотой своп?

b) Приведите 4 конкретных примера организаций/компаний, которым нужны золотые свопы (включая центральные банки).

c) Золотой своп — это инструмент хеджирования или спекуляции? Обсудите.

Приложение: Образцы решений

Часть A: Вопросы на понимание – Решения

Решение A.1:

a) Золотой своп и IRS:

- **IRS:** обе ноги основаны на процентных ставках (плавающая и фиксированная)
- **Золотой своп:** одна нога основана на золоте (ставка лизинга + спот-цена), другая — на процентной ставке EUR
- Золотой своп несёт дополнительный товарный риск

b) Почему ставки лизинга:

- Ставки лизинга — это «стоимость» заимствования золота
- Они отражают процент за заём физического золота
- Аналогично ставкам репо для облигаций

c) «Pay EUR» означает:

- Банк платит по ноге EUR (на основе фиксированной ставки EUR)
- Банк получает по золотой ноге (на основе ставки лизинга + спот-цены золота)
- Направление определяет знак Net PV

d) $\mathrm{DF}(t)$ и $L(t)$:

- **DF(t):** дисконт-фактор, выводится из бескупонной ставки EUR, служит для дисконтирования денежных потоков
- **L(t):** ставка лизинга, «процентная ставка» для заимствования золота, определяет потоки золотой ноги
- $\mathrm{DF}(t) < 1$, $L(t)$ — это процент (обычно 0,1% – 1%)

Решение A.2:

a) Вывод $\mathrm{PV}_{\mathrm{EUR}}$:

Каждый денежный поток $\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(t_i)$ имеет будущую стоимость. Чтобы получить приведённую стоимость, его дисконтируют с $\mathrm{DF}_{\mathrm{EUR}}(t_i)$. Суммирование по всем датам платежей:

$$\mathrm{PV}_{\mathrm{EUR}} = \mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(t_1) \times \mathrm{DF}(t_1) + \mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(t_2) \times \mathrm{DF}(t_2) + \ldots = \sum_i \mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(t_i) \times \mathrm{DF}_{\mathrm{EUR}}(t_i)$$

b) Два фактора риска для золотой ноги:

- **Ставка лизинга** $L(t)$**:** определяет процентный платёж на стоимость золота

- **Спот-цена золота S_{Gold}:** определяет стоимость золотого номинала
- Поток = $S_{\text{Gold}} \times N_{\text{oz}} \times [L(t) \times \Delta t + 1$ в конце срока$]$
- Оба фактора могут меняться независимо

c) Влияние (Pay EUR):

- **Ставки EUR растут** $\rightarrow$ **DF падает** $\rightarrow$ **PV_{EUR} падает** $\rightarrow$ **Net PV растёт** (лучше для Pay EUR)
- **Ставки лизинга растут** $\rightarrow$ **CF_{Gold} растёт** $\rightarrow$ **PV_{Gold} растёт** $\rightarrow$ **Net PV растёт** (лучше для Pay EUR)
- **Спот золота растёт** $\rightarrow$ **CF_{Gold} растёт** $\rightarrow$ **PV_{Gold} растёт** $\rightarrow$ **Net PV растёт** (лучше для Pay EUR)

Решение A.3:

a) Отрицательная чувствительность к DF EUR:

- $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1Y)} = -1\,000\,000 \text{ EUR} < 0$
- Если DF растёт (ставка EUR падает) $\rightarrow$ PV снижается на 1 млн EUR
- Это означает: позиция Pay EUR на этом сроке больше позиции Receive Gold
- Доминирует поток в EUR

b) Наибольшая экспозиция:

- Лизинг: 1 500 000 EUR (по модулю)
- DF EUR: 1 000 000 EUR (по модулю)
- Спот золота: 2 500 oz $\approx 2\,500 \times 1\,300 = 3\,250\,000$ EUR (при золоте $\approx 1\,300$)
- **Наибольшая экспозиция — к спот-цене золота** (в пересчёте на EUR)
- **Но:** ставка лизинга, вероятно, более волатильна

c) Изменения PV:
Ставка EUR +10 б. п.:

$$\Delta \text{DF} \approx -\text{DF} \times t \times \Delta r = -0{,}977 \times 1 \times 0{,}001 \approx -0{,}00098$$
$$\Delta \text{PV} \approx -1\,000\,000 \times (-0{,}00098) \approx +980 \text{ EUR}$$

Ставка лизинга -50 б. п.:

$$\Delta \text{PV} \approx 1\,500\,000 \times (-0{,}005) = -7\,500 \text{ EUR}$$

Спот золота -50 EUR:

$$\Delta \text{PV} \approx 2\,500 \times (-50) = -125\,000 \text{ EUR}$$

Наибольший эффект даёт движение спот-цены золота!

Решение A.4:

a) VaR (99%, 1d) = 250 000 EUR означает:

- «С вероятностью 99% своп потеряет **не более** 250 000 EUR за один день»
- Иначе: «В 99 днях из 100 убыток $\leq$ 250 000 EUR»
- Или: «Лишь в 1 дне из 100 убыток превысит 250 000 EUR»

b) Почему VaR(10d) $\neq 10 \times$ VaR(1d):

- Доходности масштабируются как $\sqrt{\text{время}}$, а не линейно
- VaR(10d) = VaR(1d) $\times\sqrt{10} \approx 3{,}16\times$ VaR(1d)
- Причина: волатильность растёт пропорционально квадратному корню из времени
- Диверсификация во времени

c) VaR и Expected Shortfall (ES):

- **VaR:** лишь пороговое значение (максимальный убыток при 99%)
- **ES (CVaR):** средний убыток ПРИ УСЛОВИИ превышения VaR
- ES отвечает на вопрос: «Что происходит в худшем 1% случаев?»
- ES всегда $\geq$ VaR
- ES — когерентная мера риска, VaR — нет

d) Ограничения параметрического VaR:

1. **Предположение о нормальности:** тяжёлые хвосты недооцениваются
2. **Линейная аппроксимация:** дельта-нормальный подход, без гамма-эффектов
3. **Постоянные корреляции:** в кризисы они меняются
4. **Исторические данные:** прошлое $\neq$ будущее
5. **Нет информации о худшем случае:** ничего не говорит о хвостовых убытках

Решение A.5:

a) Лог-доходности и абсолютные изменения:
Лог-доходности: $r = \ln(P_t/P_{t-1})$

- Аддитивны во времени: $r(2d) = r(1d) + r(1d)$
- Симметричность: $r(+10\%) \neq -r(-10\%)$, но логарифмическая шкала симметричнее
- Ближе к нормальному распределению

Абсолютные изменения: $\Delta = P_t - P_{t-1}$

- Плохо подходят для процентных рисков
- Зависят от уровня цены

b) Отрицательная ковариация:

- $\mathrm{Cov}(X,Y) < 0$ означает: X и Y движутся в противоположных направлениях
- Когда X растёт, Y имеет тенденцию падать
- Пример: DF EUR и ставка EUR (при росте ставки DF падает)
- **Эффект диверсификации:** дисперсия портфеля уменьшается

c) Дисперсия портфеля $\neq$ сумме дисперсий:

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(w_1X_1 + w_2X_2) &= w_1^2\mathrm{Var}(X_1) + w_2^2\mathrm{Var}(X_2) + 2w_1w_2\mathrm{Cov}(X_1,X_2)\\ &\neq w_1^2\mathrm{Var}(X_1) + w_2^2\mathrm{Var}(X_2) \quad [\text{если } \mathrm{Cov} \neq 0]\end{aligned}$$

- Ковариационный член может быть положительным или отрицательным
- Отрицательная корреляция снижает общий риск (диверсификация)
- Положительная корреляция повышает общий риск (концентрация)

d) Число наблюдений:
3 наблюдения: лишь 2 доходности $\rightarrow$ крайне ненадёжная оценка ковариации

- Очень большая стандартная ошибка
- Мало степеней свободы

251 наблюдение: 250 доходностей $\rightarrow$ надёжная оценка

- Меньшая стандартная ошибка $\propto 1/\sqrt{n}$
- Больше степеней свободы
- Эмпирическое правило: не менее 180–250 для ковариационной матрицы

Часть B: Расчётные задачи – Решения

Решение B.1:

a) Дисконт-факторы:

$$\mathrm{DF}(0{,}5Y) = e^{-0{,}035\times 0{,}5} = e^{-0{,}0175} = 0{,}98266$$
$$\mathrm{DF}(1{,}0Y) = e^{-0{,}040\times 1{,}0} = e^{-0{,}040} = 0{,}96079$$

b) PV 100 000 EUR через 6M:

$$\mathrm{PV} = 100\,000 \times 0{,}98266 = 98\,266 \text{ EUR}$$

c) PV 100 000 EUR через 1Y:

$$\mathrm{PV} = 100\,000 \times 0{,}96079 = 96\,079 \text{ EUR}$$

Решение B.2:

a) $\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(0{,}5Y)$:

$$\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(0{,}5Y) = N_{\mathrm{EUR}} \times r_{\mathrm{EUR}} \times \Delta t = 2\,000\,000 \times 0{,}025 \times 0{,}5 = 25\,000 \text{ EUR}$$

b) $\mathrm{CF}_{\mathrm{Gold}}(0{,}5Y)$:

$$V_{\mathrm{Gold}} = S_{\mathrm{Gold}} \times N_{\mathrm{oz}} = 1\,400 \times 1\,500 = 2\,100\,000 \text{ EUR}$$
$$\begin{aligned}\mathrm{CF}_{\mathrm{Gold}}(0{,}5Y) &= V_{\mathrm{Gold}} \times L(0{,}5Y) \times \Delta t \\ &= 2\,100\,000 \times 0{,}008 \times 0{,}5 = 8\,400 \text{ EUR}\end{aligned}$$

c) Нетто-поток (при $t = 0{,}5Y$, Pay EUR):

$$\text{Net CF} = \mathrm{CF}_{\mathrm{Gold}} - \mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}} = 8\,400 - 25\,000 = -16\,600 \text{ EUR}$$

Отрицательный $\rightarrow$ платим больше, чем получаем

Решение B.3:

a) Все денежные потоки:

Нога EUR:

$$\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(0{,}5Y) = 3\,000\,000 \times 0{,}03 \times 0{,}5 = 45\,000 \text{ EUR}$$
$$\mathrm{CF}_{\mathrm{EUR}}(1{,}0Y) = 45\,000 + 3\,000\,000 = 3\,045\,000 \text{ EUR}$$

Золотая нога:

$$\begin{aligned} V_{\text{Gold}} &= 1\,500 \times 2\,000 = 3\,000\,000 \text{ EUR} \\ \text{CF}_{\text{Gold}}(0{,}5Y) &= 3\,000\,000 \times 0{,}01 \times 0{,}5 = 15\,000 \text{ EUR} \\ \text{CF}_{\text{Gold}}(1{,}0Y) &= 3\,000\,000 \times 0{,}008 \times 0{,}5 + 3\,000\,000 \\ &= 12\,000 + 3\,000\,000 = 3\,012\,000 \text{ EUR} \end{aligned}$$

b) Дисконт-факторы:

$$\begin{aligned} \text{DF}(0{,}5Y) &= e^{-0{,}032 \times 0{,}5} = e^{-0{,}016} = 0{,}98413 \\ \text{DF}(1{,}0Y) &= e^{-0{,}035 \times 1{,}0} = e^{-0{,}035} = 0{,}96562 \end{aligned}$$

c) Приведённые стоимости:

$$\begin{aligned} \text{PV}_{\text{EUR}} &= 45\,000 \times 0{,}98413 + 3\,045\,000 \times 0{,}96562 \\ &= 44\,286 + 2\,940\,313 = 2\,984\,599 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{PV}_{\text{Gold}} &= 15\,000 \times 0{,}98413 + 3\,012\,000 \times 0{,}96562 \\ &= 14\,762 + 2\,908\,497 = 2\,923\,259 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Net PV (Pay EUR)} &= \text{PV}_{\text{Gold}} - \text{PV}_{\text{EUR}} \\ &= 2\,923\,259 - 2\,984\,599 = -61\,340 \text{ EUR} \end{aligned}$$

d) Интерпретация:

- Net PV = $-61\,340$ EUR < 0
- **Своп «ВНЕ ДЕНЕГ»** с точки зрения Pay EUR
- Нога EUR стоит больше золотой ноги
- При закрытии свопа сегодня пришлось бы заплатить 61 340 EUR

Решение B.4:

Используем данные B.3.

a) Чувствительности к DF EUR:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(0{,}5Y)} &= \text{CF}_{\text{Gold}}(0{,}5Y) - \text{CF}_{\text{EUR}}(0{,}5Y) \\ &= 15\,000 - 45\,000 = -30\,000 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1{,}0Y)} &= \text{CF}_{\text{Gold}}(1{,}0Y) - \text{CF}_{\text{EUR}}(1{,}0Y) \\ &= 3\,012\,000 - 3\,045\,000 = -33\,000 \text{ EUR} \end{aligned}$$

b) Чувствительности к лизингу:

$$\frac{\partial \text{PV}}{\partial L(0{,}5Y)} = S_{\text{Gold}} \times N_{\text{oz}} \times \Delta t \times \text{DF}(0{,}5Y)$$
$$= 1\,500 \times 2\,000 \times 0{,}5 \times 0{,}98413 = 1\,476\,195 \text{ EUR}$$

$$\frac{\partial \text{PV}}{\partial L(1{,}0Y)} = S_{\text{Gold}} \times N_{\text{oz}} \times \Delta t \times \text{DF}(1{,}0Y)$$
$$= 1\,500 \times 2\,000 \times 0{,}5 \times 0{,}96562 = 1\,448\,430 \text{ EUR}$$

c) Чувствительность к спот-цене золота:

$$\frac{\partial \text{PV}}{\partial S_{\text{Gold}}} = N_{\text{oz}} \times [L(0{,}5Y) \times \Delta t \times \text{DF}(0{,}5Y) + L(1{,}0Y) \times \Delta t \times \text{DF}(1{,}0Y) + \text{DF}(1{,}0Y)]$$
$$= 2\,000 \times [0{,}01 \times 0{,}5 \times 0{,}98413 + 0{,}008 \times 0{,}5 \times 0{,}96562 + 0{,}96562]$$
$$= 2\,000 \times [0{,}00492 + 0{,}00386 + 0{,}96562]$$
$$= 2\,000 \times 0{,}97440 = 1\,948{,}8 \text{ oz}$$

d) Доминирующий фактор риска:

- DF EUR: $\sim$30k EUR (мало)
- Лизинг: $\sim$1,45 млн EUR (ОЧЕНЬ МНОГО!)
- Спот золота: $\sim$1 949 oz $\approx$ 2,9 млн EUR

Ставки лизинга доминируют в риске!

Решение B.5:

a) Дисперсия портфеля (только диагональ):

$$\sigma_P^2 = \sum_i w_i^2 \times \sigma_i^2$$
$$= (-50\,000)^2 \times 1 \times 10^{-8} + (-1\,000\,000)^2 \times 4 \times 10^{-8}$$
$$+ (1\,200\,000)^2 \times 3 \times 10^{-3} + (1\,100\,000)^2 \times 4 \times 10^{-3}$$
$$+ (2\,000)^2 \times 2 \times 10^{-4}$$
$$= 25 + 40\,000 + 4\,320\,000\,000 + 4\,840\,000\,000 + 800$$
$$\approx 9\,160\,040\,825 \text{ EUR}^2$$

b) Волатильность портфеля:

$$\sigma_P = \sqrt{9\,160\,040\,825} = 95\,708 \text{ EUR}$$

c) VaR (99%, 1d):

$$\text{VaR} = 2{,}326 \times 95\,708 = 222\,617 \text{ EUR}$$

d) Вклад в дисперсию:

$$\text{Lease } 0{,}5Y : (1\,200\,000)^2 \times 3 \times 10^{-3} = 4\,320\,000\,000 \quad (47\%)$$
$$\text{Lease } 1{,}0Y : (1\,100\,000)^2 \times 4 \times 10^{-3} = 4\,840\,000\,000 \quad (53\%)$$
$$\text{Остальное : пренебрежимо мало}$$

Ставки лизинга дают 100% дисперсии!

Решение B.6:

a) VaR (99%, 10d):

$$\text{VaR}(10d) = \text{VaR}(1d) \times \sqrt{10} = 150\,000 \times 3{,}162 = 474\,300 \text{ EUR}$$

b) VaR (95%, 1d):

$$\text{VaR}_{95} = \frac{z_{0,95}}{z_{0,99}} \times \text{VaR}_{99} = \frac{1{,}645}{2{,}326} \times 150\,000 = 0{,}7073 \times 150\,000 = 106\,095 \text{ EUR}$$

c) Expected Shortfall (99%):
Для нормального распределения:

$$\text{ES}_{99} = \sigma \times \frac{\phi(z_{0,99})}{1 - 0{,}99}$$
$$\sigma = \frac{\text{VaR}_{99}}{z_{0,99}} = \frac{150\,000}{2{,}326} = 64\,496 \text{ EUR}$$
$$\phi(2{,}326) \approx 0{,}0267$$
$$\text{ES}_{99} = 64\,496 \times \frac{0{,}0267}{0{,}01} \approx 172\,000 \text{ EUR}$$

Эмпирическое правило: ES $\approx 1{,}15\times$ VaR при 99%

Часть C: Упражнения с калькулятором – Решения

Решение C.1:

a) Загрузка CSV:

- Загружено строк: **251**
- Период: **с 01.01.2023 по 08.09.2023**
- Последняя спот-цена золота: **1 302,51 EUR/oz**

b) Параметры введены ✓

c) Результаты (зависят от реализации калькулятора):

- Net PV: $\sim -2\,296\,232$ EUR (Pay EUR с бóльшим номиналом)
- Чувствительности:
  - $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(0{,}5Y)}$: $\sim -63\,841$ EUR
  - $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1{,}0Y)}$: $\sim -1\,893\,153$ EUR
  - $\frac{\partial \text{PV}}{\partial L(0{,}5Y)}$: $\sim 3\,222\,464$ EUR
  - $\frac{\partial \text{PV}}{\partial L(1{,}0Y)}$: $\sim 3\,182\,649$ EUR
  - $\frac{\partial \text{PV}}{\partial S_{\text{Gold}}}$: $\sim 4\,910$ oz
- VaR (99%, 1d): $\sim 583\,372$ EUR

Решение C.2:

a) Pay EUR:

- Net PV: напр. $-1\,148\,116$ EUR (отрицательный)
- $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1Y)}$: $-1\,135\,892$ EUR (отрицательная)

b) Receive EUR (направление изменено):

- Net PV: $+1\,148\,116$ EUR (положительный, знак сменился!)
- $\frac{\partial \text{PV}}{\partial \text{DF}(1Y)}$: $+1\,135\,892$ EUR (положительная, знак сменился!)

c) Наблюдение:

- **ВСЕ значения меняют только знак!**
- Net $\text{PV}_{\text{receive}} = -\text{Net PV}_{\text{pay}}$
- Причина: направление полностью переворачивает перспективу
- То, что было платежом, теперь поступление

Решение C.3:

a) Базовые чувствительности (стандарт 5M/3k):

$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(0{,}5Y)} : -38\,305 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(1{,}0Y)} : -1\,135\,892 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(0{,}5Y)} : 1\,933\,479 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(1{,}0Y)} : 1\,909\,589 \text{ EUR}$$
$$\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial S_{\mathrm{Gold}}} : 2\,946 \text{ oz}$$

b) Номинал EUR удвоен (10M/3k):

- Чувствительности к DF EUR: $\sim$удваиваются (линейны по N_{EUR}!)
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(0{,}5Y)}$: $\sim -76\,610$ EUR
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial \mathrm{DF}(1{,}0Y)}$: $\sim -2\,271\,784$ EUR
- Чувствительности к лизингу: НЕ МЕНЯЮТСЯ (не зависят от N_{EUR})
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(0{,}5Y)}$: 1 933 479 EUR (то же!)
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(1{,}0Y)}$: 1 909 589 EUR (то же!)
- Почему: чувствительность к лизингу = $S_{\mathrm{Gold}} \times N_{\mathrm{oz}} \times \Delta t \times \mathrm{DF}$ (без N_{EUR}!)

c) Номинал золота удвоен (5M/6k):

- Чувствительности к DF EUR: меняются (т. к. растёт $\mathrm{CF}_{\mathrm{Gold}}$)
- Чувствительности к лизингу: $\sim$удваиваются (линейны по N_{oz}!)
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(0{,}5Y)}$: $\sim 3\,866\,958$ EUR
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial L(1{,}0Y)}$: $\sim 3\,819\,178$ EUR
- Чувствительность к спот-цене золота: $\sim$удваивается
  - $\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial S_{\mathrm{Gold}}}$: $\sim 5\,892$ oz
- Почему: чувствительность к золоту = $N_{\mathrm{oz}} \times [\ldots]$

d) Доминирующий фактор риска:

- **Ставки лизинга!**

- Чувствительности $\sim$1,9 млн EUR (очень много)
- Волатильность лизинга $\sim$6% в день (очень высокая)
- Их сочетание = доминирующий риск

Решение C.4–C.6:

Примечание: Решения C.4–C.6 сильно зависят от конкретной реализации калькулятора и от экспериментов студентов. Эти задания задуманы как практические упражнения для исследования и анализа с помощью инструмента.

Ключевые выводы, которые должны сделать студенты:

C.4 (драйверы VaR):

- Ставки лизинга почти полностью определяют VaR ($>$ 95% риска)
- DF EUR вносят лишь минимальный вклад
- Спот золота важен, но меньше, чем лизинг

C.5 (длина временного ряда):

- 251 день: стабильно, надёжно
- 50 дней: ещё пригодно, но более волатильно
- 10 дней: очень нестабильно, ненадёжно
- Минимум: 180–250 наблюдений

C.6 (стресс-сценарии):

- Шок ставок лизинга (+200 б. п.): прибыль $\sim$+77k EUR (Pay EUR выигрывает!)
- Обвал золота (-30%): убыток $\sim -1{,}15$ млн EUR (очень болезненно!)
- VaR отражает обычную волатильность, а не сценарии обвала

Часть D: Кейсы – Решения

Решение D.1:

a) Положительный Net PV:

- +500 000 EUR в деньгах
- При закрытии сегодня: компания получает 500k EUR
- Но: это текущая стоимость, она может измениться

b) Хеджирование ставки лизинга:
Варианты:

1. **Своп на ставку лизинга:** фиксированная против плавающей ставки лизинга
2. **Золотые фьючерсы:** косвенно, т. к. фьючерсы неявно содержат ставки лизинга
3. **Опционы на ставки лизинга:** дорого, но гибко
4. **Сократить позицию:** закрыть часть свопа

c) Закрыть досрочно?
За:

- Зафиксировать прибыль 500k (гарантированно)
- Устранить VaR-риск в 350k
- Не нужен постоянный мониторинг

Против:

- Теряется операционная функция хеджирования
- Исходная потребность в хеджировании может сохраняться
- Транзакционные издержки
- Упущенный дальнейший рост стоимости

Рекомендация: зависит от:

- исходной цели хеджирования
- склонности к риску
- ожиданий относительно будущих движений рынка

d) Маржинальные требования:

- При положительном PV: у контрагента убыток
- Начальная маржа: $\sim$10–20% номинала = 500k – 1M EUR
- Вариационная маржа: ежедневная переоценка по рынку
- Основой может служить VaR: напр. $2 \times \text{VaR}(10d) = 2 \times 1{,}1M = 2{,}2M$ EUR

Решение D.2:

a) Общий Net PV:

$$\text{PV}_{\text{total}} = -1{,}1 + 0{,}5 - 2{,}0 + 0{,}2 - 1{,}5 = -3{,}9 \text{ млн EUR}$$

У банка совокупный убыток 3,9 млн EUR

b) VaR портфеля $\neq$ сумме:

$$\text{VaR}_{\text{sum}} = 350 + 200 + 700 + 150 + 600 = 2\,000\text{k EUR}$$

Но: VaR портфеля $< 2\,000$k (из-за диверсификации)
Почему:

- Свопы коррелированы не идеально
- Эффект диверсификации снижает общий VaR
- Только при корреляции = 1 VaR равен сумме

c) VaR портфеля при $\rho = 0{,}7$:
При единой корреляции ρ: $\text{VaR}_{\text{Portfolio}} = \sqrt{\sum_i \text{VaR}_i^2 + \rho \sum_{i \neq j} \text{VaR}_i \, \text{VaR}_j}$

$$\text{VaR}_{\text{Portfolio}} = \sqrt{1\,035\,000 + 0{,}7 \times 2\,965\,000} \approx 1\,764\text{k EUR} \; (\approx 0{,}88 \times \text{VaR}_{\text{sum}})$$

d) Какие свопы закрыть:
Критерии:

1. **Наибольший отдельный VaR:** своп C (700k) $\rightarrow$ первый приоритет
2. **Наибольший убыток (PV):** своп C ($-2{,}0M$) $\rightarrow$ усиливает аргумент
3. **Закрыть C:** снижает VaR на $\sim$600k (с 1 764k до 1 160k, с учётом диверсификации)

Альтернатива: закрыть своп E (VaR 600k, PV $-1{,}5M$)
Рекомендация: закрыть своп C (худший профиль риск/доходность)

Решение D.3:

a) VaR (99%, 10d):

$$\text{VaR}(10d) = \text{VaR}(1d) \times \sqrt{10} = 1{,}2 \text{ млн} \times 3{,}162 = 3{,}794 \text{ млн EUR}$$

b) Регуляторный лимит:

$$\text{Лимит} = 5\% \times 50 \text{ млн} = 2{,}5 \text{ млн EUR}$$
$$\text{Текущий VaR}(10d) = 3{,}794 \text{ млн EUR}$$
$$3{,}794 > 2{,}5 \quad \rightarrow \text{ ЛИМИТ ПРЕВЫШЕН!}$$

c) Необходимое сокращение:

$$\text{Требуемый VaR} = 2{,}5 \text{ млн}$$
$$\text{Текущий VaR} = 3{,}794 \text{ млн}$$
$$\text{Коэффициент сокращения} = \frac{2{,}5}{3{,}794} = 0{,}659 = 65{,}9\%$$
$$\rightarrow \text{закрыть } 34{,}1\% \text{ позиции}$$

d) Альтернативы:

1. **Хеджирование:**
   - Свопы на ставку лизинга для компенсации
   - Встречные золотые фьючерсы
   - Снижает VaR без закрытия позиции
2. **Увеличить собственный капитал:**
   - 50 млн $\rightarrow$ 76 млн EUR
   - $5\% \times 76$ млн $= 3{,}8$ млн $> 3{,}794$ млн ✓
3. **Диверсификация:**
   - Снизить корреляцию между свопами
   - Разные сроки и направления
4. **Снижение риска:**
   - Меньшие номиналы на своп
   - Больше позиций, но меньшего размера
5. **Сменить метод VaR:**
   - Историческое моделирование (если даёт меньше)
   - Монте-Карло с лучшим моделированием хвостов
   - Но: требуется согласие регуляторов

Решение D.4:

a) Механика золотого свопа:
При заключении (день 0):

- Центральный банк: передаёт 30 тонн золота контрагенту (физически или юридически)

- Контрагент: выплачивает центральному банку 2 млрд USD
- Юридическая собственность: остаётся у центрального банка (важно для баланса!)
- Владение: временно у контрагента

В течение срока (1 год):

- Центральный банк платит «ставку лизинга» 0,8% годовых на 2 млрд USD
- = 16 млн USD в год
- Возможно, ежеквартальными платежами

При погашении (день 365):

- Центральный банк: возвращает 2 млрд USD
- Контрагент: возвращает золото (30 тонн)
- Плюс заключительный платёж по ставке лизинга

b) Сравнение затрат:
Вариант 1: золотой своп

$$\text{Затраты} = 2\,000\,000\,000 \times 0{,}008 = 16\,000\,000 \text{ USD}$$
$$\text{Затраты в \%} = 0{,}8\% \text{ годовых}$$

Вариант 2: кредит в USD

$$\text{Затраты} = 2\,000\,000\,000 \times 0{,}05 = 100\,000\,000 \text{ USD}$$
$$\text{Затраты в \%} = 5{,}0\% \text{ годовых}$$

Вариант 3: продажа золота + обратный выкуп

- Сегодня: продать 30 т золота за 2 млрд USD
- Через 1 год: выкупить золото обратно
- **Риск:** цена золота может вырасти!
- Если золото +10%: выкуп стоит 2,2 млрд USD $\rightarrow$ убыток 200 млн USD
- Если золото -10%: выкуп стоит 1,8 млрд USD $\rightarrow$ прибыль 200 млн USD
- Кроме того: политически неприемлемо («продажа национальных резервов»)

Вывод:

- Золотой своп — безусловно самый дешёвый (16 млн против 100 млн)
- Экономия 84% по сравнению с кредитом в USD
- Нет риска цены золота (в отличие от продажи)
- Политически приемлемо (золото остаётся «в собственности»)

c) Риски для центрального банка:
Риск 1: цена золота растёт на 20%

- Стоимость золота: 30 т × 1 560 EUR/oz = 2,52 млрд EUR (вместо 2,1 млрд)
- Альтернативные издержки: упущено 420 млн EUR
- **Но:** убытка нет! Золото возвращается по прежней стоимости
- Эффект в балансе: нереализованная прибыль по золоту

Риск 2: цена золота падает на 20%

- Стоимость золота: 30 т × 1 040 EUR/oz = 1,68 млрд EUR
- Убыток: потеря стоимости 420 млн EUR
- **Но:** то же самое, как если бы золото осталось в резервах
- Своп не создаёт дополнительного риска

Риск 3: курс USD/EUR

- Если USD слабеет: долг в USD стоит меньше (позитивно!)
- Если USD укрепляется: долг в USD стоит больше (негативно)
- Типично: долг в USD для развивающейся страны = валютный риск

Риск 4: риск контрагента

- Контрагент может объявить дефолт
- Золото потеряно, если контрагент обанкротится
- **Снижение риска:** только с банками рейтинга AAA, соглашения об обеспечении
- Lehman 2008: многие золотые свопы были потеряны

Риск 5: риск пролонгации (roll-over)

- Через 1 год: своп нужно продлить или вернуть 2 млрд USD
- Если валютное положение не улучшилось: нужен новый своп
- Ставки лизинга могут вырасти
- Зависимость от контрагента

d) Политическая чувствительность:
Отражение в балансе:

- Золото остаётся активом (юридическая собственность)
- Долг в USD отражается как обязательство
- Нетто: баланс ухудшается (растёт долг)
- **Но:** валютные резервы тоже растут (денежные средства в USD)

Действительно ли золото всё ещё «на месте»?

- Юридически: да
- Физически: нет (у контрагента)
- **Проблема:** оппозиция может заявить, что «золото продано»
- Общественность часто не понимает разницы
- Возможна потеря доверия

При дефолте:

- Если центральный банк не сможет вернуть 2 млрд
- Золото переходит к контрагенту (обеспечение)
- Национальная катастрофа («золото потеряно»)
- Правительство может пасть

Сравнение с программой МВФ:
Программа МВФ:

- За: низкие ставки, долгий срок
- Против: жёсткие условия (жёсткая экономия, реформы)
- Против: потеря суверенитета
- Против: политически токсично («зависимость от заграницы»)

Золотой своп:

- За: никаких политических условий
- За: быстро доступен
- За: дешевле коммерческих кредитов
- Против: риск золота
- Против: краткосрочно (1 год), не долгосрочное решение

Политическая оценка:

- Золотой своп = «прагматичное решение»
- Правительство может сказать: «Мы сохраняем золото, просто умно его используем»
- Оппозиция может сказать: «Золото тайно распродали»
- Прозрачность критически важна!

е) Исторические примеры (исследование):
Турция (2020–2021):

- Масштабные золотые свопы с коммерческими банками

- Объём: >10 млрд USD
- Валютные резервы искусственно раздуты
- Критика: непрозрачность

Венесуэла (2018):

- Попытки золотых свопов с Россией
- Санкции затруднили сделки
- Золото физически вывезено самолётом в Уганду

Гана (2015):

- Золотой своп на 1 млрд USD с Citibank
- Для финансирования бюджета
- Успешно погашен

Индия (1991):

- Кризис платёжного баланса
- 67 тонн золота заложены в Банке Англии
- Кредит 400 млн USD
- Золото позднее возвращено
- Национальное унижение, но кризис преодолён

Египет (2016):

- Золотые свопы для стабилизации валюты
- Часть более широкого пакета реформ

Главный урок:

- Золотые свопы — распространённый инструмент развивающихся стран
- Часто признак экономической слабости
- Могут работать при прозрачном и профессиональном управлении
- Риски необходимо понимать
- Не долгосрочное решение, а лишь переходная мера

Часть E: Вопросы для обсуждения – Ответы

Ответы на часть E носят концептуальный характер и призваны стимулировать обсуждение. Часто нет однозначно «правильного» ответа.

Ответ E.1: Модельный риск

a) Последствия тяжёлых хвостов:

Если у доходностей тяжёлые хвосты (напр. t-распределение вместо нормального):

- **VaR недооценивается:** у нормального распределения слишком тонкие хвосты
- **Экстремальные события случаются чаще:** квантиль 1% в реальности больше
- **99% VaR фактически может соответствовать 95%:** убытков больше, чем ожидалось

Пример:

$$\begin{aligned} \text{Нормальное:} \quad & \text{VaR}(99\%) = 350\text{k} \rightarrow \text{превышение в 1\% времени} \\ \text{Тяжёлый хвост:} \quad & \text{VaR}(99\%) = 350\text{k} \rightarrow \text{превышение в 5\% времени!} \end{aligned}$$

b) Снижение модельного риска:

1. **Бэктестинг:**
   - Сравнивать прогнозный VaR с фактическими убытками
   - Считать превышения VaR
   - Должно быть $\approx 1\%$; если нет $\rightarrow$ корректировать модель
2. **Альтернативные распределения:**
   - t-распределение (тяжёлые хвосты)
   - Обобщённое распределение экстремальных значений (GEV)
   - Эмпирическое распределение
3. **Несколько методов:**
   - Параметрический, исторический и Монте-Карло одновременно
   - Сравнивать результаты
   - При сильных расхождениях $\rightarrow$ проявлять осторожность
4. **Стресс-тестирование:**
   - Дополнять VaR сценариями худшего случая
   - Expected Shortfall вместо VaR
5. **Консервативная калибровка:**
   - Использовать 99,5% вместо 99%
   - Закладывать запас прочности

Ответ E.2: Ставка лизинга и процентная ставка

a) Почему ставки лизинга $<$ ставок EUR:
Типичное наблюдение: $L \approx 0{,}2\%–1{,}0\%$, ставки EUR $\approx 2\%–4\%$
Причины:

1. **Золото не приносит процентов:**
    - Нет купонов, как у облигаций
    - Ставка лизинга — это «стоимость владения»
    - А не «доходность инвестиции»
2. **Затраты на хранение:**
    - Золото требует затрат на хранение
    - Страхование, охрана
    - Ставка лизинга может их отражать
3. **Удобная доходность (convenience yield):**
    - Физическое золото ценно тем, что «доступно»
    - Промышленные пользователи платят премию
    - Снижает нетто-ставку лизинга
4. **Спрос и предложение:**
    - Когда многие хотят «одолжить» золото
    - а немногие хотят его «занять»
    - $\rightarrow$ низкая ставка лизинга

b) Если лизинг $>$ ставок EUR:
«Бэквордация» на рынке золота
Значение:

- Занять золото дороже, чем занять EUR
- Может указывать на дефицит
- Арбитражная возможность:
    1. Занять EUR под 3%
    2. Купить золото
    3. Одолжить золото под 5%
    4. Безрисковая прибыль 2%

На практике:

- Снизило бы ставки лизинга (больше предложения)
- Самокорректирующийся механизм
- Временно возможно в кризисы

c) Исторические примеры:
Сентябрь 1999:

- Ставки лизинга выросли до 9% (!)
- Причина: Соглашение центральных банков о продажах золота (Central Bank Gold Agreement)
- Опасения дефицита золота
- «Золотое сжатие» (gold squeeze)

Финансовый кризис 2008:

- Ставки лизинга ненадолго превысили ставки EUR
- Кризис ликвидности
- Все хотели физическое золото, никто не хотел одалживать

Кипрский кризис 2013:

- Ставки лизинга выросли
- Опасения краха банков
- Бегство в физическое золото

Ответы E.3–E.5:

Подробные ответы на E.3–E.5 вышли бы за рамки сборника. Ключевые тезисы:
E.3 (практические ограничения):

- 180–250 дней оптимально (компромисс: стабильность против актуальности)
- Рекомендуется еженедельное обновление
- При отсутствии ставок лизинга: неявный вывод из фьючерсов, прокси, моделирование

E.4 (альтернативные методы):

- Параметрический: быстро, просто, но предполагает нормальность
- Исторический: без допущений, но нужно много данных
- Монте-Карло: гибко, но требует больших вычислений
- Лучшая практика: использовать все три!

E.5 (деловой смысл):
Зачем золотые свопы:

- Золотодобытчики: ценовое хеджирование будущей добычи
- Ювелиры/производители: стабильность затрат на сырьё
- Центральные банки: валютная ликвидность или доходность резервов

- Хеджирование или спекуляция: зависит от базовой экспозиции

Конкретные примеры:
Пример 1: Barrick Gold (производитель)

- Крупнейший производитель золота в мире
- Использует золотые свопы/форварды для ценового хеджирования
- Фиксирует цену будущей добычи
- Компромисс: стабильность против «продажи потенциала роста»

Пример 2: Rolex/ювелирная отрасль (производитель)

- Нужны большие объёмы золота для производства
- Золотые свопы для фиксации затрат на сырьё
- Альтернатива: физическая покупка, но затраты на хранение и связанный капитал
- Предсказуемость производственных затрат

Пример 3: Deutsche Bundesbank (центральный банк — резервы)

- Крупные золотые резервы (3 350 тонн, второе место в мире)
- Теоретически мог бы получать ставку лизинга через свопы
- Заставить золото «работать», а не лежать без дела
- Политически чувствительно, поэтому используется редко

Пример 4: Центральный банк Турции (центральный банк — ликвидность)

- **Ситуация 2020–2021:** низкие валютные резервы, дефицит USD
- **Решение:** золотые свопы с коммерческими банками
- **Механика:** золото временно обменивается на USD/EUR
- **Преимущество:** золото остаётся в резервах, дешевле кредита
- **Риск:** экспозиция к цене золота, риск контрагента
- **Политика:** менее чувствительно, чем программа МВФ

Другие исторические примеры:

- **Венесуэла:** попытки золотых свопов с Россией/Китаем ради USD
- **Индия (1991):** золотые свопы во время кризиса платёжного баланса
- **Египет:** золотые свопы для поддержки валютных резервов
- **Гана, Уганда:** африканские центральные банки используют золото для ликвидности

Важный вывод:

- Золотые свопы — универсальные инструменты

- Их использование сильно зависит от организации и ситуации
- Для центральных банков: ключевой инструмент валютной ликвидности без продажи золота
- Для производителей/потребителей: инструмент хеджирования
- Важны политические и балансовые аспекты

7 Заключительные замечания

7.1 Для студентов

Этот сборник упражнений задуман как дополнительный материал к документации по золотому свопу. Рекомендуется:

- Выполнять задания в заданном порядке
- Использовать образцы решений для самопроверки
- Экспериментировать с калькулятором для более глубокого понимания
- Обсуждать кейсы в группах
- Задавать вопросы, если что-то неясно

7.2 Для преподавателей

Рекомендации по использованию:

- **Часть A:** после каждой лекции (2–3 задания)
- **Часть B:** еженедельные домашние задания
- **Часть C:** лабораторные занятия с калькулятором
- **Часть D:** групповые проекты (2–3 студента)
- **Часть E:** семинарские дискуссии

Рекомендации по контролю знаний:

- **Письменный экзамен:** части A + B (90 мин)
- **Практический экзамен:** часть C (45 мин за компьютером)
- **Эссе:** часть D (на дом, 1 неделя)
- **Устный экзамен:** часть E (20 мин на студента)

7.3 Затраты времени

Часть	Время работы	Акцент
Часть A	2–3 часа	Понятия
Часть B	4–5 часов	Расчёты
Часть C	3–4 часа	Практика
Часть D	2–3 часа	Применение
Часть E	1–2 часа	Обсуждение
Итого	**12–17 часов**	

Рекомендуется: 1–2 недели на выполнение

Удачи!
