Процентный своп Plain Vanilla

Расчёт VaR с использованием исторических временных рядов

Математическая документация

Русский

Вольфганг Бёме

wolfgang.boehme@economic-modeling.de

www.economic-modeling.de

7 ноября 2026 г.

Документация на этом сайте разработана при поддержке ИИ Claude (Anthropic).

Содержание

1 Введение **3**

2 Входные данные **3**
2.1 Временной ряд процентных ставок 3
2.2 Встроенные примеры данных 3

3 Своп Plain Vanilla **4**
3.1 Определение и параметры 4
3.2 Даты платежей 4
3.3 Кривая доходности и дисконтные факторы 4
3.4 Форвардные ставки 5
3.5 Денежные потоки 5
3.6 Текущая стоимость 5

4 Форвардный своп **5**
4.1 Параметры и даты платежей 5
4.2 Форвардные ставки 5
4.3 Форвардная своп-ставка 5

5 Показатели риска **6**
5.1 DV01 6
5.2 Модифицированная дюрация 6
5.3 Выпуклость 6

6 Value at Risk **6**
6.1 Временные ряды дисконтных факторов 6
6.2 Лог-доходности 7
6.3 Ковариационная и корреляционная матрицы 7
6.4 Вектор чувствительности 7
6.5 Дисперсия портфеля и VaR 7
6.6 Статистические показатели 8

7 Числовой пример: своп Plain Vanilla **8**
7.1 Параметры 8
7.2 Дисконтные факторы, форвардные ставки и денежные потоки 8
7.3 Показатели риска 9
7.4 Временные ряды дисконтных факторов и доходности 9
7.5 Ковариационная и корреляционная матрицы 9
7.6 Дисперсия портфеля и VaR 10
7.7 Полугодовые платежи 10

8 Числовой пример: форвардный своп **10**
8.1 Параметры 10
8.2 Денежные потоки 10
8.3 Риск 11
8.4 Сравнение 11

9 Детали реализации **11**

10 Литература **12**

11 Приложение: сводка формул **12**

1 Введение

Документ описывает математические основы двух калькуляторов VaR для процентных свопов:

1. **Калькулятор VaR процентного свопа (Plain Vanilla):** свопы, начинающиеся сегодня.
2. **Калькулятор VaR форвардного свопа:** свопы с отложенным началом T_s. При $T_s = 0$ он совпадает со свопом Plain Vanilla.

Оба калькулятора используют одну и ту же методологию:

- **оценка** по текущей кривой (последняя строка временного ряда);
- **факторы риска** — дисконтные факторы $\mathrm{DF}(t_i)$ в датах платежей;
- **ковариационная матрица** дневных лог-доходностей этих дисконтных факторов минимум за 251 торговый день;
- **чувствительности** — полные производные стоимости по $\ln \mathrm{DF}(t_i)$ (фиксированная u плавающая нога; для форвардного свопа также по $\ln \mathrm{DF}(T_s)$);
- **VaR** по дисперсионно-ковариационному (дельта-нормальному) методу с исторически оценённой ковариационной матрицей.

2 Входные данные

2.1 Временной ряд процентных ставок

Калькуляторы считывают временной ряд бескупонных ставок (непрерывное начисление, в процентах):

$$r_k(T_j), \qquad k = 1, \ldots, K \text{ (дни)}, \quad j = 1, \ldots, m \text{ (сроки)}, \tag{1}$$

где $K \geq 251$. Строка заголовка содержит сроки (`M`/М — месяцы, `Y`/Г — годы), например

```
Дата,0.25Y,0.5Y,1Y,2Y,3Y,5Y,7Y,10Y
```

Последняя строка задаёт текущую кривую $r(T_j) = r_K(T_j)$.

2.2 Встроенные примеры данных

Калькулятор VaR процентного свопа (Plain Vanilla) содержит два набора данных EUR по 251 торговому дню (14.11.2025–30.10.2026):

- **своп-кривая EUR** (бескупонная, построена бутстреппингом из ставок свопов);
- **государственные облигации Германии (Bund)** (бескупонная, из доходностей Bund).

Данные синтетические, но близкие к рыночным. Калькулятор VaR форвардного свопа содержит другие примеры (сроки от 1Y до 5Y); своп-кривую EUR можно загрузить в него как CSV-файл (раздел 8). Все числовые примеры в документе используют своп-кривую EUR; текущая кривая на 30.10.2026:

Срок T_j	0,25	0,5	1	2	3	5	7	10
$r(T_j)$, %	2,5916	2,7609	2,9267	3,0352	3,0246	3,0753	3,1377	3,2451

Таблица 1: Своп-кривая EUR (бескупонная, непрерывная) на 30.10.2026

3 Своп Plain Vanilla

3.1 Определение и параметры

В процентном свопе Plain Vanilla одна сторона платит фиксированную, другая — плавающую ставку на одну и ту же номинальную сумму; обмениваются только чистые платежи. Калькуляторы оценивают своп с позиции **плательщика фиксированной ставки** (своп-пейер: получает плавающую, платит фиксированную).

Параметр	**Обозначение**
Номинальная сумма	N
Фиксированная ставка (годовых)	r_{fix}
Срок (лет)	T
Частота платежей (в год)	$f \in \{1, 2, 4\}$
Количество платежей	$n = \lfloor T \cdot f \rfloor$
Интервал платежей (лет)	$\Delta t = 1/f$

Таблица 2: Параметры свопа

3.2 Даты платежей

$$t_i = i \cdot \Delta t, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2}$$

Пример (ежегодно, 5 лет): $t_i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

3.3 Кривая доходности и дисконтные факторы

Для **оценки** текущая кривая линейно интерполируется между опорными точками и продлевается горизонтально за их пределами:

$$r(t) = \begin{cases} r(T_1), & t \le T_1, \\ r(T_j) + \dfrac{r(T_{j+1}) - r(T_j)}{T_{j+1} - T_j}\,(t - T_j), & T_j \le t \le T_{j+1}, \\ r(T_m), & t \ge T_m. \end{cases} \tag{3}$$

Дисконтный фактор:

$$\mathrm{DF}(t) = e^{-r(t)\cdot t}. \tag{4}$$

3.4 Форвардные ставки

Форвардная ставка периода $[t_{i-1}, t_i]$ следует из дисконтных факторов:

$$F_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \left(\frac{\mathrm{DF}(t_{i-1})}{\mathrm{DF}(t_i)} - 1 \right), \qquad t_0 = 0. \tag{5}$$

Для первого периода калькулятор использует $\mathrm{DF}(t_0)$ при $t_0 = 0{,}001$ года, т. е. $\mathrm{DF}(t_0) = e^{-r(T_1)\cdot 0{,}001} \approx 1$.

3.5 Денежные потоки

$$C_{fix} = N \cdot r_{fix} \cdot \Delta t, \tag{6}$$

$$C_{float,i} = N \cdot F_i \cdot \Delta t, \tag{7}$$

$$C_{net,i} = C_{float,i} - C_{fix}. \tag{8}$$

3.6 Текущая стоимость

$$\boxed{\mathrm{PV} = \sum_{i=1}^{n} C_{net,i} \cdot \mathrm{DF}(t_i)} \tag{9}$$

Положительная PV означает, что своп «в деньгах» для плательщика фиксированной ставки.

4 Форвардный своп

4.1 Параметры и даты платежей

Форвардный своп начинается через время T_s (Forward Start) и действует T лет (тенор):

$$t_i = T_s + i \cdot \Delta t, \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad n = \lfloor T \cdot f \rfloor, \qquad T_e = T_s + T. \tag{10}$$

Пример ($T_s = 2$, $T = 3$, ежегодно): $t_i \in \{3, 4, 5\}$ — своп «2Y-into-3Y» (2Yx3Y).

4.2 Форвардные ставки

$$F_1 = \frac{1}{t_1 - T_s} \left(\frac{\mathrm{DF}(T_s)}{\mathrm{DF}(t_1)} - 1 \right), \tag{11}$$

$$F_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \left(\frac{\mathrm{DF}(t_{i-1})}{\mathrm{DF}(t_i)} - 1 \right), \qquad i \geq 2. \tag{12}$$

Денежные потоки и PV — как в разделе 3.

4.3 Форвардная своп-ставка

Справедливая фиксированная ставка ($\mathrm{PV} = 0$):

$$r_{fwd} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \mathrm{DF}(t_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{DF}(t_i)}. \tag{13}$$

При $T_s = 0$ это паритетная своп-ставка.

5 Показатели риска

Все показатели рассчитываются численно путём параллельного сдвига текущей кривой на $\Delta r = 0{,}0001$ (1 б. п.); форвардные ставки при этом пересчитываются по сдвинутой кривой.

5.1 DV01

$$\mathrm{DV01} = -\big(\mathrm{PV}(r + \Delta r) - \mathrm{PV}(r)\big). \tag{14}$$

Отрицательный DV01 означает, что PV при росте ставок **растёт** — типично для плательщика фиксированной ставки.

5.2 Модифицированная дюрация

Дюрация рассчитывается по отношению к **номиналу** N:

$$D_{mod} = \frac{\mathrm{DV01} \cdot 10\,000}{N} \approx -\frac{1}{N}\,\frac{\partial \mathrm{PV}}{\partial r}, \qquad \Delta\mathrm{PV} \approx -D_{mod} \cdot N \cdot \Delta r. \tag{15}$$

При росте всех ставок на один процентный пункт PV меняется примерно на $-D_{mod}$ процентов номинала. Для плательщика фиксированной ставки D_{mod} отрицательна.

Отношение к номиналу для свопов общепринято: PV свопа часто близка к нулю (при заключении по рыночным условиям $\mathrm{PV} \approx 0$). Дюрация по отношению к $|\mathrm{PV}|$ была бы тогда очень большой и могла бы менять знак; дюрация по отношению к номиналу остаётся устойчивой.

5.3 Выпуклость

$$\text{Выпуклость} = \frac{\mathrm{PV}(r + \Delta r) + \mathrm{PV}(r - \Delta r) - 2\,\mathrm{PV}(r)}{N \cdot (\Delta r)^2}. \tag{16}$$

Выпуклость также рассчитывается по отношению к номиналу; её знак определяется только числителем. Вместе получается приближение второго порядка $\Delta\mathrm{PV} \approx N\big(-D_{mod}\,\Delta r + \frac{1}{2}\,\text{Выпуклость} \cdot (\Delta r)^2\big)$. Для плательщика фиксированной ставки выпуклость обычно отрицательна.

6 Value at Risk

6.1 Временные ряды дисконтных факторов

Для каждого дня k и каждой даты платежа t_i интерполируется кривая этого дня и рассчитывается дисконтный фактор:

$$\mathrm{DF}_{k,i} = e^{-r_k(t_i) \cdot t_i}. \tag{17}$$

Между опорными точками — линейная интерполяция, за самым длинным сроком — горизонтальное продолжение. Для $t < T_1$ дисконтный фактор интерполируется линейно между $\mathrm{DF}(0) = 1$ и $\mathrm{DF}(T_1)$:

$$\mathrm{DF}_k(t) = 1 + \big(\mathrm{DF}_k(T_1) - 1\big)\frac{t}{T_1}. \tag{18}$$

6.2 Лог-доходности

$$R_{k,i} = \ln \frac{\mathrm{DF}_{k,i}}{\mathrm{DF}_{k-1,i}} = -\big(r_k(t_i) - r_{k-1}(t_i)\big) \cdot t_i, \qquad k = 2, \ldots, K. \tag{19}$$

При $K = 251$ дне получается 250 наблюдений.

6.3 Ковариационная и корреляционная матрицы

$$\bar{R}_i = \frac{1}{K-1} \sum_{k=2}^{K} R_{k,i}, \tag{20}$$

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{K-2} \sum_{k=2}^{K} (R_{k,i} - \bar{R}_i)(R_{k,j} - \bar{R}_j), \tag{21}$$

$$\sigma_i = \sqrt{\Sigma_{ii}}, \qquad \rho_{ij} = \frac{\Sigma_{ij}}{\sigma_i \, \sigma_j}. \tag{22}$$

Матрица $\mathbf{\Sigma}$ симметрична, положительно полуопределена и имеет размерность $n \times n$; для форвардного свопа добавляется фактор риска $\mathrm{DF}(T_s)$ ($(n+1) \times (n+1)$).

6.4 Вектор чувствительности

Плавающие потоки сами зависят от дисконтных факторов через форвардные ставки. Если t_0 — начало первого процентного периода ($t_0 = T_s$ для форвардного свопа, $t_0 = 0{,}001$ года для свопа Plain Vanilla), плавающая нога сворачивается, и PV равна

$$\mathrm{PV} = N\,\mathrm{DF}(t_0) - N\,\mathrm{DF}(t_n) - N\,r_{fix}\,\Delta t \sum_{i=1}^{n} \mathrm{DF}(t_i). \tag{23}$$

Поскольку ковариационная матрица оценивается для **лог-доходностей**, нужны производные по $\ln \mathrm{DF}(t_i)$:

$$\boxed{\begin{array}{c} w_i = -N\,r_{fix}\,\Delta t\,\mathrm{DF}(t_i) \;\; (i < n), \qquad w_n = -N\,(1 + r_{fix}\Delta t)\,\mathrm{DF}(t_n), \\ w_0 = N\,\mathrm{DF}(T_s) \end{array}} \tag{24}$$

Для свопа Plain Vanilla слагаемое w_0 отсутствует, так как $\mathrm{DF}(0{,}001) \approx 1$ практически не меняется. Для форвардного свопа $\sum_{i=0}^{n} w_i = \mathrm{PV}$.

Таким образом, VaR учитывает фиксированную u плавающую ногу. Прежние версии использовали $w_i = C_{net,i}\mathrm{DF}(t_i)$, т. е. фиксировали чистые потоки; поэтому VaR получался слишком малым (в примере ниже 40,81 вместо 4.817,78 EUR).

6.5 Дисперсия портфеля и VaR

$$\sigma_P^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{w} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i\, \Sigma_{ij}\, w_j, \tag{25}$$

$$\mathrm{VaR}_\alpha(h) = z_\alpha \cdot \sigma_P \cdot \sqrt{h}, \tag{26}$$

где $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$, h — горизонт в днях: $z_{0{,}95} = 1{,}645$, $z_{0{,}99} = 2{,}326$, $z_{0{,}999} = 3{,}090$.

$$\boxed{\mathrm{VaR}_{99\%,1d} = 2{,}326 \cdot \sqrt{\mathbf{w}^T \mathbf{\Sigma}\, \mathbf{w}}} \tag{27}$$

6.6 Статистические показатели

Калькуляторы дополнительно показывают:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Sigma_{ii}} \qquad \text{(средняя дневная волатильность)}, \tag{28}$$

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\rho_{i,i+1} \qquad \text{(средняя корреляция соседних дат)}. \tag{29}$$

При одном платеже ($n = 1$) $\bar{\rho}$ не определена; калькулятор показывает «—».

7 Числовой пример: своп Plain Vanilla

7.1 Параметры

Значения соответствуют настройкам калькулятора по умолчанию с примером данных «EUR своп-кривая».

Параметр	**Значение**
Номинальная сумма N	1.000.000 EUR
Фиксированная ставка r_{fix}	3,5 % годовых
Срок T	5 лет
Частота платежей f	ежегодно
Количество платежей n	5
Уровень доверия / горизонт	99 % / 1 день

7.2 Дисконтные факторы, форвардные ставки и денежные потоки

Ставки для $t = 1, 2, 3, 5$ — опорные точки; $r(4) = (3{,}0246 + 3{,}0753)/2 = 3{,}0500\,\%$. Фиксированный платёж: $C_{fix} = 1.000.000 \cdot 0{,}035 = 35.000$ EUR.

t_i	$r(t_i)$	$\mathrm{DF}(t_i)$	F_i	$C_{float,i}$	$C_{net,i}$	$C_{net,i}\mathrm{DF}(t_i)$
1	2,9267 %	0,971157	2,9673 %	29.672,80	−5.327,20	−5.173,55
2	3,0352 %	0,941102	3,1936 %	31.936,36	−3.063,64	−2.883,20
3	3,0246 %	0,913257	3,0490 %	30.489,57	−4.510,43	−4.119,18
4	3,0500 %	0,885150	3,1754 %	31.753,72	−3.246,28	−2.873,44
5	3,0753 %	0,857474	3,2277 %	32.276,96	−2.723,04	−2.334,94
Сумма = текущая стоимость						**−17.384,30**

Таблица 3: Денежные потоки в EUR (своп-кривая на 30.10.2026)

Пример для первого периода:

$$F_1 = \frac{1}{1}\left(\frac{0{,}999974}{0{,}971157} - 1\right) = 0{,}029673 = 2{,}9673\,\%. \tag{30}$$

PV отрицательна, так как фиксированная ставка (3,5 %) выше паритетной своп-ставки 3,12 %.

7.3 Показатели риска

$$\mathrm{PV}(r+1\,\text{б.п.}) = -16.908{,}81\ \text{EUR}, \qquad \mathrm{PV}(r-1\,\text{б.п.}) = -17.860{,}03\ \text{EUR}, \tag{31}$$

$$\mathrm{DV01} = -\big(-16.908{,}81 - (-17.384{,}30)\big) = -475{,}49\ \text{EUR}, \tag{32}$$

$$D_{mod} = -475{,}49 \cdot 10\,000 / 1.000.000 = -4{,}75, \tag{33}$$

$$\text{выпуклость} = \frac{-16.908{,}81 - 17.860{,}03 + 2 \cdot 17.384{,}30}{1.000.000 \cdot 10^{-8}} = -23{,}14. \tag{34}$$

Точное значение числителя выпуклости равно $-0{,}2314$ EUR; по округлённым PV получается $-0{,}24$. При росте ставок на 1 процентный пункт своп по дюрации выигрывает около 4,75 % номинала, т. е. примерно 47.500 EUR.

7.4 Временные ряды дисконтных факторов и доходности

День	DF(1)	DF(2)	DF(3)	DF(4)	DF(5)
1 (14.11.2025)	0,980362	0,959378	0,938355	0,915488	0,891634
2 (17.11.2025)	0,980351	0,959497	0,937947	0,914604	0,890128
3 (18.11.2025)	0,980151	0,958728	0,937500	0,914116	0,889647
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
251 (30.10.2026)	0,971157	0,941102	0,913257	0,885150	0,857474

Таблица 4: Дисконтные факторы в датах платежей (выдержка)

Лог-доходности на день 2, например $R_{2,1} = -(1{,}9845 - 1{,}9833)\,\% \cdot 1 = -0{,}000012$:

$$\mathbf{R}_2 = (-1{,}20;\ 12{,}40;\ -43{,}50;\ -96{,}60;\ -169{,}00) \times 10^{-5}. \tag{35}$$

7.5 Ковариационная и корреляционная матрицы

По 250 наблюдениям:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 6{,}158 & 16{,}129 & 25{,}377 & 33{,}251 & 40{,}832 \\ 16{,}129 & 52{,}634 & 78{,}508 & 105{,}915 & 133{,}941 \\ 25{,}377 & 78{,}508 & 144{,}405 & 191{,}640 & 238{,}427 \\ 33{,}251 & 105{,}915 & 191{,}640 & 269{,}389 & 354{,}071 \\ 40{,}832 & 133{,}941 & 238{,}427 & 354{,}071 & 487{,}799 \end{pmatrix} \times 10^{-8} \tag{36}$$

Дневные волатильности σ_i: 0,0248 %; 0,0725 %; 0,1202 %; 0,1641 %; 0,2209 % — они растут со сроком, так как $R_{k,i} = -\Delta r \cdot t_i$.

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} 1{,}000 & 0{,}896 & 0{,}851 & 0{,}816 & 0{,}745 \\ 0{,}896 & 1{,}000 & 0{,}901 & 0{,}890 & 0{,}836 \\ 0{,}851 & 0{,}901 & 1{,}000 & 0{,}972 & 0{,}898 \\ 0{,}816 & 0{,}890 & 0{,}972 & 1{,}000 & 0{,}977 \\ 0{,}745 & 0{,}836 & 0{,}898 & 0{,}977 & 1{,}000 \end{pmatrix} \tag{37}$$

7.6 Дисперсия портфеля и VaR

Вектор чувствительности при $N\, r_{fix}\Delta t = 35.000$ EUR:

$$w_i = -35.000 \cdot \mathrm{DF}(t_i) \;\; (i = 1, \ldots, 4), \qquad w_5 = -1.035.000 \cdot \mathrm{DF}(5),$$
$$\mathbf{w} = (-33.990{,}50;\; -32.938{,}56;\; -31.963{,}99;\; -30.980{,}25;\; -887.485{,}08)^T \text{ EUR}. \tag{38}$$

Промежуточный шаг $\mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma}$, например первая компонента:

$$[\mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma}]_1 = \big(-33.990{,}50 \cdot 6{,}158 - 32.938{,}56 \cdot 16{,}129 - 31.963{,}99 \cdot 25{,}377 - 30.980{,}25 \cdot 33{,}251 - 887.485{,}08 \cdot 40{,}832\big) \times 10^{-8} = -0{,}3882, \tag{39}$$

в целом $\mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma} = (-0{,}3882;\; -1{,}2694;\; -2{,}2560;\; -3{,}3332;\; -4{,}5730)$.

$$\sigma_P^2 = \mathbf{w}^T\boldsymbol{\Sigma}\,\mathbf{w} = 4.288.894{,}64 \text{ EUR}^2, \qquad \sigma_P = 2.070{,}96 \text{ EUR}, \tag{40}$$
$$\mathrm{VaR}_{99\%,1d} = 2{,}3263 \cdot 2.070{,}96 = \mathbf{4.817{,}78} \text{ EUR}. \tag{41}$$

Наибольший вклад даёт последний платёж (w_5), который помимо фиксированной ставки несёт эффект погашения плавающей ноги.

Статистические показатели: $\bar{\sigma} = 0{,}1386\,\%$, $\bar{\rho} = (0{,}896 + 0{,}901 + 0{,}972 + 0{,}977)/4 = 0{,}9362$.

7.7 Полугодовые платежи

При $f = 2$ (10 платежей, $t_i = 0{,}5; 1{,}0; \ldots; 5{,}0$): PV $= -18.642{,}20$ EUR, DV01 $= -471{,}81$ EUR, $D_{mod} = -4{,}72$, выпуклость $= -22{,}93$, $\mathrm{VaR}_{99\%,1d} = 4.775{,}83$ EUR.

8 Числовой пример: форвардный своп

8.1 Параметры

Настройки калькулятора VaR форвардного свопа по умолчанию: $N = 1.000.000$ EUR, $r_{fix} = 3{,}5\,\%$, Forward Start $T_s = 2$, тенор $T = 3$, ежегодно ($n = 3$), данные: своп-кривая EUR.

Своп-кривая EUR не встроена в калькулятор VaR форвардного свопа. Чтобы повторить пример, сохраните её в калькуляторе Plain Vanilla кнопкой «Скачать CSV» и загрузите в калькулятор форвардного свопа как файл временного ряда.

8.2 Денежные потоки

При $\mathrm{DF}(2) = 0{,}941102$:

$$F_1 = \frac{1}{3-2}\left(\frac{0{,}941102}{0{,}913257} - 1\right) = 0{,}030490 = 3{,}0490\,\%. \tag{42}$$

t_i	DF(t_i)	F_i	$C_{net,i}$	w_i
2	0,941102	–	–	941.101,76
3	0,913257	3,0490 %	−4.510,43	−31.963,99
4	0,885150	3,1754 %	−3.246,28	−30.980,25
5	0,857474	3,2277 %	−2.723,04	−887.485,08
Текущая стоимость $= \sum_i w_i$				**−9.327,56**

Таблица 5: Форвардный своп 2Yx3Y (EUR)

Форвардная своп-ставка равна 3,15 %.

8.3 Риск

DV01 = −277,41 EUR, $D_{mod} = -2{,}77$, выпуклость = −19,21;

Факторы риска: DF(2), . . . , DF(5) (чувствительности см. в таблице); $\sigma_P = 1.516{,}46$ EUR, $\mathrm{VaR}_{99\%,1d} = 3.527{,}82$ EUR, $\bar{\sigma} = 0{,}1734\,\%$, $\bar{\rho} = 0{,}9742$.

8.4 Сравнение

Показатель	**5Y ежегодно**	**5Y полугодово**	**Форвард 2Yx3Y**
Платежей	5	10	3
PV (EUR)	−17.384,30	−18.642,20	−9.327,56
DV01 (EUR)	−475,49	−471,81	−277,41
Модиф. дюрация	−4,75	−4,72	−2,77
VaR 99 %, 1 день (EUR)	4.817,78	4.775,83	3.527,82

Таблица 6: Сравнение (своп-кривая EUR, 30.10.2026)

У форвардного свопа меньше платежей и ниже процентный риск; его VaR уменьшается не пропорционально, так как оставшиеся платежи приходятся на более волатильные длинные сроки.

9 Детали реализации

- **Лог-доходности** вместо арифметических: аддитивны во времени и симметричны.
- **Поправка Бесселя**: деление на $K - 2$ (число доходностей минус 1).
- **Проверки** (консоль): симметрия $|\Sigma_{ij} - \Sigma_{ji}| < 10^{-15}$, корреляции в $[-1, 1]$, проверка на одинаковые столбцы.
- **Чтение файла**: разделитель — запятая, точка с запятой или табуляция; при точке с запятой допускается десятичная запятая; столбцы сортируются по сроку; неполные строки пропускаются.
- **Минимальная длина**: 251 полная строка данных.

10 Литература

1. Hull, J. C. (2018). *Options, Futures, and Other Derivatives*. 10th Edition. Pearson.
2. Jorion, P. (2007). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. 3rd Edition. McGraw-Hill.
3. Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest Rate Models – Theory and Practice*. 2nd Edition. Springer.
4. Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis, Volume IV: Value at Risk Models*. Wiley.

11 Приложение: сводка формул

Дисконтный фактор	$\mathrm{DF}(t) = e^{-r(t)\,t}$
Форвардная ставка	$F_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}}\big(\mathrm{DF}(t_{i-1})/\mathrm{DF}(t_i) - 1\big)$
Чистый денежный поток	$C_{net,i} = N\,(F_i - r_{fix})\,\Delta t$
Текущая стоимость	$\mathrm{PV} = \sum_i C_{net,i}\,\mathrm{DF}(t_i)$
DV01	$\mathrm{DV01} = -\big(\mathrm{PV}(r + \Delta r) - \mathrm{PV}(r)\big)$
Модиф. дюрация	$D_{mod} = \mathrm{DV01} \cdot 10\,000 / N$
Выпуклость	$\big(\mathrm{PV}(r+\Delta r) + \mathrm{PV}(r-\Delta r) - 2\mathrm{PV}(r)\big)/\big(N(\Delta r)^2\big)$
Лог-доходность	$R_{k,i} = \ln(\mathrm{DF}_{k,i}/\mathrm{DF}_{k-1,i})$
Ковариация	$\Sigma_{ij} = \frac{1}{K-2}\sum_k (R_{k,i} - \bar{R}_i)(R_{k,j} - \bar{R}_j)$
Чувствительность	$w_i = -N r_{fix} \Delta t\,\mathrm{DF}(t_i)\ (i < n)$, $w_0 = N\,\mathrm{DF}(T_s)$
	$w_n = -N(1 + r_{fix}\Delta t)\,\mathrm{DF}(t_n)$
Value at Risk	$\mathrm{VaR}_\alpha = z_\alpha \sqrt{\mathbf{w}^T \boldsymbol{\Sigma}\, \mathbf{w}}\,\sqrt{h}$

Обозначение	**Значение**
N	Номинальная сумма
r_{fix}	Фиксированная ставка
T, T_s	Срок (тенор), Forward Start
f, Δt	Частота платежей, интервал платежей
n	Количество платежей
t_i	Дата платежа i
T_j, m	Опорные точки кривой, их число
K	Число дней временного ряда
$r(t)$	Бескупонная ставка (непрерывная) для срока t
$\mathrm{DF}(t)$	Дисконтный фактор
F_i	Форвардная ставка периода i
C_{fix}, $C_{float,i}$, $C_{net,i}$	Фиксированный, плавающий, чистый платёж
$R_{k,i}$	Лог-доходность $\mathrm{DF}(t_i)$ в день k
$\boldsymbol{\Sigma}$, $\boldsymbol{\rho}$	Ковариационная, корреляционная матрица
$\mathbf{w}$	Вектор чувствительности
σ_P	Стандартное отклонение портфеля
z_α, h	Квантиль нормального распределения, горизонт в днях